

Besuchen Sie auch die Seite <http://www.matheaufgaben-loesen.de/> dort gibt es viele Aufgaben zu weiteren Themen und unter **Hinweise** den Weg zu den **Lösungen**.

Kurvendiskussion:

Ganzrationale Funktionen 2. Grades:

1. $f(x) = x^2$

2. $f(x) = x^2 - x - 12$

3. $f(x) = 2x^2 - 12x + 10$

4. $f(x) = -4x^2 + 4x + 3$

5. $f(x) = 4x^2 - 12x + 8,75$

6. $f(x) = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}x^2$

7. $f(x) = 5x^2 - 4x - 3$

8. $f(x) = -4x^2 - 9x + 7$

9. $f(x) = -0,125x^2 + 12x - 3$

10. $f(x) = -0,1x^2 - 2x + 45$

11. $f(x) = 100x^2 + 10x + 100$

12. $f(x) = 0,001x^2$

13. $f(x) = 4 + 2x - x^2$

14. $f(x) = 1 - x^2$

15. $f(x) = x^2 - 4x$

Ganzrationale Funktionen 3. Grades.

16. $f(x) = x^3$

17. $f(x) = 0,25x^3 + x^2$

18. $f(x) = x^3 - 2x^2$

19. $f(x) = x^3 - 4x$

$$20. f_{(x)} = 0,5x^3 - 4x^2 + 8x$$

$$21. f_{(x)} = 0,2x^3 - 2,4x + 2,2$$

$$22. f_{(x)} = 0,2x^3 - 2,4x + 1$$

$$23. f_{(x)} = \frac{3}{16}x^3 - \frac{9}{8}x^2 + 6$$

$$24. f_{(x)} = x^3 - 2x^2 - 3x$$

$$25. f_{(x)} = 0,25x^3 + x^2$$

$$26. f_{(x)} = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

$$27. f_{(x)} = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 3x + 6$$

$$28. f_{(x)} = 0,2x^3 + 0,6x^2 - 2,6x - 3$$

$$29. f_{(x)} = -0,2x^3 + 0,6x^2 + 1,8x + 1$$

$$30. f_{(x)} = 0,2x^3 - 2,4x^2 + 9x - 10$$

$$31. f_{(x)} = 0,5x^3 + 2,5x^2 + 1,5x - 4,5$$

$$32. f_{(x)} = x^3 - 2x^2 - 2,75x + 3,75$$

$$33. f_{(x)} = -0,25x^3 + 1,5x^2 + x - 6$$

$$34. f_{(x)} = -0,5x^3 - 2x^2 - 0,5x + 3$$

$$35. f_{(x)} = -0,5x^3 + 2,5x^2 - x - 4$$

$$36. f_{(x)} = -0,25x^3 - 2x^2 + 0,25x + 2$$

$$37. f_{(x)} = -x^3 + 3x^2 + x - 3$$

$$38. f_{(x)} = (x^2 - x - 6) * (x - 1) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

$$39. f_{(x)} = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$$

$$40. f_{(x)} = (1/3)x^3 - 0,5x^2 - 4x - 1$$

$$41. f_{(x)} = (1/3)x^3 - 0,5x^2 - 2x + 5$$

$$42. f_{(x)} = 8x^3 - 60x^2 - 66x + 17$$

$$43. f_{(x)} = x^3 - 12x^2 + 36x - 12$$

$$44. f_{(x)} = x^3 - 9x^2 + 27x - 19$$

$$45. f_{(x)} = -x^3 + 12x^2 - 48x + 56$$

$$46. f_{(x)} = x^3 - 15x^2 + 75x - 117$$

Ganzrationale Funktionen 4. Grades.

$$47. f_{(x)} = 0,25x^4 - 3x^3 + 9x^2$$

$$48. f_{(x)} = 0,25x^4 - 0,25x^3 - 2x^2 + 3x$$

$$49. f_{(x)} = 0,25x^4 - 3,25x^2 + 9$$

$$50. f_{(x)} = (1/48)x^4 - x^2 + 9$$

$$51. f_{(x)} = x^4 - 4x^3 + 27$$

$$52. f_{(x)} = (1/6)(1 + x)^3(3 - x)$$

$$53. f_{(x)} = -x^4 + 8x$$

$$54. f_{(x)} = 0,25x^4 + x^3$$

$$55. f_{(x)} = -0,5x^4 + (2/3)x^3 + 2x^2 - 4$$

$$56. f_{(x)} = (x + 1)^2 * (x - 2)^2$$

$$57. f_{(x)} = 2x^4 + 3x^3 - x$$

$$58. f_{(x)} = -3x^4 + 5x^2 - 2x$$

$$59. f_{(x)} = -x^4 - 5x + 6$$

$$60. f_{(x)} = -x^4 + 4x^2$$

$$61. f_{(x)} = 3x^4 - 6x^3 + 6x - 3$$

Ganzrationale Funktionen 5. - 7. Grades

$$62. f_{(x)} = (1/9)x^5 - x^3$$

$$63. f_{(x)} = x^5 + x^3 - 12x$$

$$64. f_{(x)} = x^5 + 20x^2$$

65. $f(x) = x^5 + 1$

66. $f(x) = x^6 - 6x$

67. $f(x) = x^7 - x^6$

68. $f(x) = 3x^3 - 0,8x^5$

69. $f(x) = 2x - 0,1x^5$

70. $f(x) = (1/20)x^5 - (1/6)x^3$

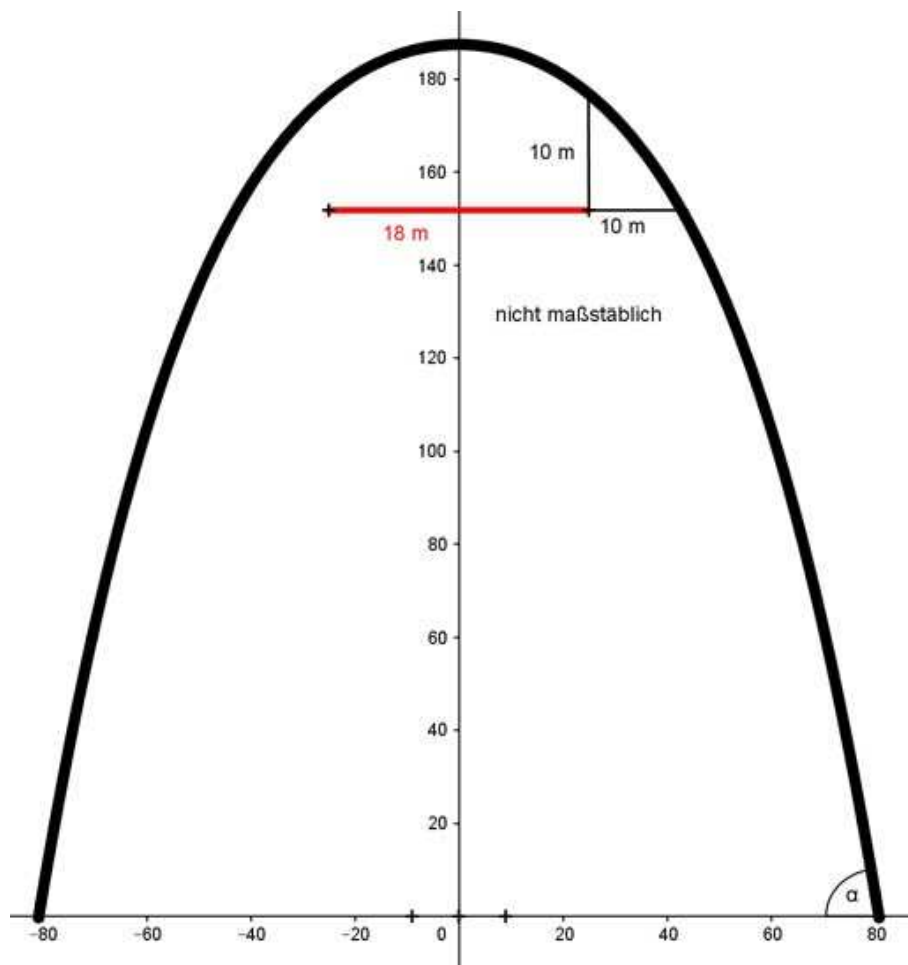
Anwendungsaufgaben zu ganzrationalen Funktionen.

71. Der Innenbogen eines parabelförmigen Bauwerks wird durch die Gleichung $f(x) = 187,5 - 0,01579x^2 - 0,000001988x^4$ beschrieben.

a) Wie hoch und wie breit ist der Bogen?

b) Unter welchem Innenwinkel α trifft der rechte Bogen auf die Grundfläche?

c) In welcher Höhe kann ein Flugzeug mit einer Breite von 18 m durch den Bogen fliegen, wenn ein vertikaler und horizontaler Sicherheitsabstand von 10 m zu dem Bogen vorgeschrieben ist?



72. Ein Betrieb hat fixe Kosten von 10 GE. Seine Kostenfunktion 3. Grades hat einen Wendepunkt bei (10;120) und dort eine Steigung von 1. Sein Erlös beträgt 25,3 GE/ME. Wie hoch ist sein maximaler Gewinn G?

73. Die Kostenfunktion eines Betriebes lautet:

$$K(x) = (1/6)x^3 - 6x^2 + 84x + 30$$

Er erlöst 44 GE/ME. Bei welcher Produktionsmenge x erzielt er den höchsten Gewinn?

74. Eine Kostenfunktion 3. Grades hat an der Stelle $x = 0$ die Steigung 2. An der Stelle $x = 8$ liegt ihr Wendepunkt. Die fixen Kosten betragen 20 GE. Wie hoch sind die Kosten K im Wendepunkt?

75. Eine Kostenfunktion 3. Grades hat einen Wendepunkt bei (4|30), und dort eine Steigung von 0,2. Die fixen Kosten betragen 10 GE.

a) Berechnen Sie Gewinnschwelle und -grenze, wenn der Erlös 8,3 GE/ME beträgt.

b) Wie hoch ist der maximale Gewinn G?

76. Die Fieberkurve eines Patienten lässt sich durch die Funktion $F(t)$ in °C beschreiben, wenn t die Anzahl der Tage angibt:

$$F(t) = -0,0625t^4 + (7/12)t^3 - 1,875t^2 + 2,25t + 39$$

a) Welche Temperatur hatte der Patient zu Beginn der Messung?

b) Welche hatte er am 5. Tag?

c) Welche maximale Temperatur T hatte er? An welchem Tag?

77. Die Tagestemperatur O an der Oberfläche eines Sees lässt sich durch

$$O(t) = - (1/300)t^3 + (3/25)t^2 - (27/25)t + 19$$

beschreiben, wenn O die Temperatur in °C und t die Zeit in Stunden angibt.

a) Wie hoch ist die Temperatur im Wendepunkt des Graphen?

b) Nach wie viel Stunden betrug die Temperatur 18°C?

c) Wann war die Temperatur am höchsten?

d) Wie groß war die Temperaturdifferenz an diesem Tag?

78. Die Messung der Oberflächentemperatur O eines Bergsees im Verlaufe eines Tages ergab die Werte:

Um 0.00 waren es 19°C, der niedrigste Wert in den ersten 12 Stunden von 17,8°C um 6.00 Uhr und der höchste um 17.00.

a) Wie lautet die Funktionsgleichung 3. Grades, die diesen Sachverhalt beschreibt?

b) Um wieviel Uhr stieg die Temperatur am stärksten?

c) Wie groß ist die Änderungsrate um 22.00 Uhr?

79. Eine Firma produziert wöchentlich x Geräte. Die fixen Kosten betragen 2 000 €, die variablen Kosten $0,8x^2 + 60x$. Jedes Gerät kostet 180 €.

- a) Ab welcher Stückzahl macht der Betrieb Gewinn?
- b) Bei welcher Stückzahl ist der Gewinn am größten?
- c) Ab welchem Verkaufspreis macht die Firma keinen Gewinn mehr?

80. Ein Betrieb produziert mit der Kostenfunktion

$$K_{(x)} = 0,0002x^3 - 0,18x^2 + 54x + 5000$$

und einer Umsatzfunktion $U_{(x)} = 41,5x$.

- a) Zeigen Sie, dass $K_{(x)}$ keinen Extremwert hat.
- b) Welche betriebswirtschaftliche Bedeutung hat der Wendepunkt der Kostenfunktion?
- c) Berechnen Sie das Betriebsoptimum, wenn die Stückkostenfunktion ihr Minimum bei $x = 500$ hat.
- d) Die Gewinnschwelle liegt bei 250 ME. Wo liegt die Gewinngrenze?
- e) Bei welcher Produktionsmenge entsteht das Gewinnmaximum?

81. Die Tabelle zeigt die Kosten $K_{(x)}$ eines Betriebes abhängig von der gefertigten Menge x .

x	0	2	5	8
$K_{(x)}$	64/3	31	24,25	40

- a) Ermitteln Sie die ganzrationale Kostenfunktion 3. Grades.
- b) Wie groß sind das Kostenminimum und -maximum?
- c) Wo liegt die Gewinnschwelle, wenn die Gewinngrenze 8 ME und der Erlös 5 GE/ME betragen?
- d) Wie groß ist der maximale Gewinn?

82. Ein Betrieb hat Fixkosten K_f von 21 600 GE und variable Kosten $Kv_{(x)}$ von $0,0008x^3 - 0,9x^2 + 264x$ und $E(x) = 73x$.

- a) Wie hoch ist der Kostenanstieg bei einer Steigerung der Produktion von 100 auf 101 ME? Wie groß ist die Änderungsrate für 100 ME?
- b) Wo liegt die Gewinnzone?
- c) Wie groß ist die Produktionsmenge M im Betriebsoptimum?

83. Ein Betrieb arbeitet mit der Kostenfunktion

$$K_{(x)} = x^3 - 5x^2 + 11x + 5$$

und mit der Erlösfunktion $E_{(x)} = 10x$.

- a) Wie hoch ist der maximale Gewinn?
- b) Bei welcher Produktionsmenge liegt das Betriebsoptimum?
- c) Bei welcher Produktionsmenge liegt das Betriebsminimum?

84. Die Steigerung E der Aktivität von Zellen, die Tumore angreifen, hängt von der Dosis x eines Präparates in $\mu\text{l}/\text{kg}$ des Körpergewichts der Patienten ab.

Die Steigerung lässt sich durch

$$E_{(x)} = (5/9)(85 - 8x - 50/x)$$
 beschreiben.

- a) Bei welcher Dosis ist die Wirkung am größten?
- b) Welche Dosis ist für einen Patienten von 85 kg optimal?

c) Gibt es eine Dosis, die zu keiner Steigerung führt?

85. Die Kostenfunktion $K_{(x)} = 0,5x^3 - 8,25x^2 + 50,375x + 20$ gibt die Kosten in 1000 € an, die für x Einheiten zu je 10 000 Stück bei der Herstellung anfallen.

- Bei welcher Produktionsmenge sind die Stückkosten am niedrigsten?
- Bei welcher sind die Grenzkosten am niedrigsten?
- Für welche Produktionsmenge ist bei einem Stückpreis von 2,20 € der Ertrag positiv?
- Für welche Produktionsmenge ist bei einem Stückpreis von 2,20 € der Ertrag am größten?

86. Ein Händler verkauft ein Bauteil zu einem Preis von 60 €. Er arbeitet mit der Kostenfunktion $K_{(x)} = (1/8)x^3 - 2x^2 + 20x + 350$.

- Berechnen Sie die Gewinnzone.
- Bei welcher verkauften Menge entsteht der maximale Gewinn?
- Bei welcher produzierten Menge hat er minimale Stückkosten?

87. Eine Firma verkauft im Monat 10 000 Artikel zu je 10 €. Ihre Produktionskosten setzen sich zusammen aus 50 000 € Fixkosten und 2 € pro produziertem Artikel.

- Ab welcher Stückzahl erzielt sie Gewinn?
Wird der Verkaufspreis um je 0,20 €/Stück gesenkt, erhöht sich die verkaufte Menge um je 500 Stück.
- Bei welchem Stückpreis entsteht maximaler Gewinn?
- Bei welchem Stückpreis wird am meisten verkauft?

88. Von einem Lebensmittel verkauft ein Händler monatlich 10 000 kg zu einem Preis von 10 €/kg. Bei einer Preissenkung von 0,25 €/kg kann er mit einer Verkaufssteigerung von 1 000 kg/Monat rechnen. Bei welchem Verkaufspreis erzielt er maximalen Gewinn, wenn er Selbstkosten von 7 €/kg hat?

89. Die Angebotspreisfunktion eines Produzenten lautet

$$A_{(x)} = 0,5x + 3$$

Die Nachfragepreisfunktion nach diesem Produkt lautet

$$N_{(x)} = -0,5x^2 + 20$$

Auf das Angebot erhebt der Staat die Steuern s .

Welche Steuer sollte der Staat erheben, damit seine Einnahmen maximal sind aber Marktgleichgewicht herrscht?

90. Bei welcher Steuer s pro Mengeneinheit sind die Steuereinnahmen maximal, wenn die Angebotspreisfunktion $A_{(x)} = (1/3)x + 3$ und die Nachfragepreisfunktion $N_{(x)} = 0,25x^2 + 25$ betragen?

91. Ein Produzent liefert einem Großhändler eine Ware zu 36 €/Stück. Seine Kosten ermittelt er mit der Funktion $0,1x^2 + 10x + 850$ für die ersten 150 Stück. Danach arbeitet er mit einer linearen Kostenfunktion.

Die Gesamtkostenfunktion $K_{(x)}$ soll an der Stelle $x = 150$ differenzierbar sein.

- Wie lautet die Kostenfunktion K_2 für $x \geq 150$?
- Ab welcher Stückzahl macht der Hersteller Gewinn?
- Bei welcher Stückzahl ist der Gewinn am größten?

92. Einige Länder erheben beim Anbieter eine Steuer s auf Luxusartikel.

- Bei welcher Menge liegt das Marktgleichgewicht vor der Einführung der Steuer, wenn die Angebotsfunktion $A_{(x)} = 0,5x + 2$ und die Nachfragefunktion $N_{(x)} = -0,25x^2 + 14$?
- Wie groß ist der Steuersatz, wenn die Steuereinnahme S maximal sein soll?
- Bei welcher Menge liegt dann das Marktgleichgewicht?

93. Bei einer Marktuntersuchung stellt ein Hersteller fest, welche Anzahl von seinem Produkt bei unterschiedlichen Preisen verkauft wird.

Preis in €	7,40	7	6,60	6,20	5,8
Anzahl	20	40	60	80	100

- Wie lautet die lineare Preisabsatzfunktion p ?
- Wo liegen Gewinnschwelle und Gewinngrenze, wenn die Kostenfunktion $K_{(x)} = 0,001x^3 - 0,1x^2 + 5x + 80$ lautet?
- Wie hoch ist der maximale Gesamtgewinn?

94. Für eine ganzrationale Kostenfunktion 3. Grades existiert die folgende Wertetabelle.

x in ME	0	1	2	3
$K_{(x)}$ in GE	24	38	40	42

- Bei welcher Menge hat die Grenzkostenfunktion ein Minimum?
- In welchem Bereich liegt die Gewinnzone, wenn $E_{(x)} = 14x$?
- Wie hoch ist der maximale Gewinn?

95. Ein Unternehmen beschreibt seinen Gewinn mit

$$G_{(x)} = - (1/3)x^3 + 2x^2 + 96x - 200 \text{ für } x(0;25)$$

- Bei welcher Stückzahl entsteht der maximale Gewinn?
- Wie hoch ist er?

96. Ein Betrieb hat Grenzkosten von konstant 100 GE.

- Bei welcher verkauften Menge hat er maximalen Gewinn, wenn er mit der Erlösfunktion $E_{(x)} = - 0,5x^2 + 500x$ arbeitet?
- Zu welchem Preis p bietet er dabei an?

97. Ein Monopolist arbeitet mit der Preisabsatzfunktion

$$p_{(x)} = 0,01 * (x - 100)^2 \text{ und der Kostenfunktion } K_{(x)} = 0,01x^3 - x^2 + 40x + 300.$$

- a) Wie hoch sind der maximale Preis und die Sättigungsmenge S ?
- b) Berechnen Sie die Gewinnzone?
- c) Bei welcher Menge entsteht der maximale Gewinn?

98. Ein Monopolist arbeitet mit einer Kostenfunktion $K(x) = x^3 - 10x^2 + 43x + 72$ und einer linearen Nachfragefunktion $p_{N(x)}$. Sein Höchstpreis ist 70 GE und die Sättigungsmenge 20 ME.

- a) Bei welcher Menge liegt sein Betriebsoptimum?
- b) Berechnen Sie die Gewinnzone.
- c) Wie hoch ist der maximale Gewinn?
- d) Wie hoch ist sein Gewinn, wenn er mit seiner Grenzkostenfunktion als Angebotsfunktion arbeitet?

99. Die Kostenfunktion eines Monopolisten lautet

$$K(x) = 0,04x^3 - 0,6x^2 + 3x + 2$$

seine Nachfragefunktion $p_{N(x)} = -0,16x + 2,8$.

- a) Wo liegt seine Gewinnschwelle?
- b) Bei welcher Produktionsmenge entstehen sein maximaler Erlös und Gewinn?
- c) Bei welcher Produktionsmenge liegt sein Betriebsminimum?

100. Ein Monopolist hat eine Preisabsatzfunktion

$$p(x) = -7x + 49$$

$$K(x) = x^3 - 6x^2 + 15x + 32.$$

- a) Wo liegt die langfristige Preisuntergrenze?
- b) Wo liegt die kurzfristige Preisuntergrenze?
- c) Wo liegt die Gewinnzone?
- d) Welche Koordinaten hat der Cournotsche Punkt?
Der Betrieb hat 8% höhere Lohnkosten. Die Lohnkosten machen 75% der variablen Kosten aus.
- e) Wie hoch ist jetzt der Gesamtgewinn?
- f) Wie hoch sind die Durchschnittskosten und der Durchschnittsgewinn?

101. Ein Hersteller hat neben einer Preisabsatzfunktion

$$p(x) = -80,625x + 7256,25$$

$$K(x) = 0,5x^3 - 45x^2 + 1450x + 54\,000.$$

- a) Wie hoch sind sein maximaler Gewinn und die Koordinaten des Cournotschen Punktes?
- b) Wo liegt seine Gewinnzone?
- c) Berechnen Sie sein Betriebsminimum B und seine kurzfristige Preisuntergrenze.

102. Ein Betrieb hat die Kostenfunktion

$$K(x) = 5x^3 - 50x^2 + 215x + 360$$

- a) Wie groß ist die kostengünstigste Produktionsmenge?
- b) Wie groß ist sein maximaler Gewinn?

c) Wie groß ist sein maximaler Gewinn, wenn er die Grenzkostenfunktion als Preisabsatzfunktion einsetzt?

103. Ein Hersteller arbeitet mit einer Kostenfunktion 3. Grades. Er hat Fixkosten von 720 €, durchschnittliche variable Kosten von 50 € bei einer produzierten Menge von 100 Stück, Grenzkosten von 48,03 € bei einem Stück und Durchschnittskosten für 20 Stück von 70 €. Sein Erlös beträgt 53 €/Stück.

a) Bei welcher Menge liegt sein Betriebsminimum?

b) Wie hoch ist sein maximaler Gewinn?

104. Ein Monopolist produziert 20 Stück eines Bauteils zu Gesamtkosten von 6 000 €. 60 Stück zu 18 000 €. Bei diesen Mengen arbeitet er kostenneutral. Als Kostenfunktion benutzt er eine quadratische Funktion mit Fixkosten von 5 400 €, als Erlösfunktion eine lineare Funktion. Bei welcher verkauften Menge erzielt er maximalen Gewinn?

Gebrochenrationale Funktionen.

105.
$$f(x) = \frac{7}{-x - 4}$$

106.
$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

107.
$$f(x) = \frac{-0,5}{(x - 3)^2}$$

108.
$$f(x) = \frac{1}{4 * (x + 1)^2}$$

109.
$$f(x) = \frac{x^3}{x - 1}$$

110.
$$f(x) = \frac{x + 4}{x - 2}$$

111.
$$f(x) = \frac{x + 1}{x^2}$$

$$112. \quad f(x) = \frac{4x + 4}{(x - 1)^2}$$

$$113. \quad f(x) = \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 2}$$

$$114. \quad f(x) = \frac{x^2 + 6x + 8}{x + 1}$$

$$115. \quad f(x) = \frac{x^4 - 17x^2 + 16}{x^2}$$

$$116. \quad f(x) = \frac{x^2}{3x - 3}$$

$$117. \quad f(x) = \frac{2x^2 - 8x - 10}{3x - 6}$$

$$118. \quad f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

$$119. \quad f(x) = \frac{4x^2}{1 - x^2}$$

$$120. \quad f(x) = \frac{0,5x^3 - 1,5x}{x^2 - 4}$$

$$121. \quad f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

$$122. \quad f(x) = \frac{4x^2 - 4x + 2}{(x + 1)^2}$$

$$123. \quad f(x) = \frac{(9 - x^2)}{(1 - x^2)}$$

$$124. \quad f(x) = \frac{x}{(x^2 - 1)}$$

Wurzelfunktionen.

$$125. \quad f(x) = \sqrt{16 - x^2}$$

$$126. \quad f(x) = \sqrt{4x - x^2}$$

$$127. \quad f(x) = 0,5x * \sqrt{4 - 2x}$$

$$128. \quad f(x) = (x + 2) * (2x)^{-0,5}$$

$$129. \quad f(x) = (x^2 - 1) * \sqrt{x}$$

$$130. \quad f(x) = -0,5x * \sqrt{x^2 + 4}$$

$$131. \quad f(x) = 1 - 2x + 4 * \sqrt{x}$$

$$132. \quad f(x) = \sqrt{x^3 - 1}$$

$$133. \quad f(x) = -0,5 * \sqrt{x^3 + 1}$$

$$134. \quad f(x) = x - \sqrt{x}$$

$$135. \quad f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 1}$$

$$136. \quad f(x) = \frac{x - 4}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$137. \quad f(x) = (2x^2)^{1/3}$$

e-Funktionen.

$$138. \quad f(x) = x * e^{2-x}$$

$$139. \quad f(x) = (x - 1) * e^x$$

$$140. \quad f(x) = (x + 1) * e^{-x}$$

$$141. \quad f(x) = 8 * x * e^{-0,5x}$$

$$142. \quad f(x) = -3 * x^2 * e^{2x+4}$$

$$143. f(x) = x^2 * e^{-x}$$

$$144. f(x) = (x^2 - 1) * e^{-x^2}$$

$$145. f(x) = 4 * x * e^{-(x^2/6)}$$

$$146. f(x) = 4 * e^{-x^2} * (1 - 2x^2)$$

$$147. f(x) = (2x^2 - 6x - 8) * e^{-2x}$$

$$148. f(x) = (x^2 - 1) * e^x$$

$$149. f(x) = (x^2 - 2x) * e^{-x}$$

$$150. f(x) = e^{-x} * (1 - e^{-x})$$

$$151. f(x) = (e^x - 1)^2$$

$$152. f(x) = e^{-x^2}$$

Logarithmusfunktionen.

$$153. f(x) = x * \ln x^2$$

$$154. f(x) = x^2 + \ln x$$

$$155. f(x) = (\ln x)^2$$

$$156. f(x) = (\ln x)^2 - 1$$

$$157. f(x) = x * (\ln x - 1)^2$$

$$158. f(x) = \frac{\ln x^2}{x}$$

$$159. f(x) = \frac{4}{x^2} * \ln \left(\frac{1}{x} \right)$$

$$160. f(x) = \frac{(\ln x)^2 - 1}{x}$$

$$161. f(x) = 2 * \ln x * (2 - \ln x)$$

$$162. f(x) = x * (\ln x - 1)$$

$$163. f(x) = x^2 * (\ln x + 1)$$

$$164. f(x) = x * \ln x$$

$$165. f(x) = \frac{\ln x + 1}{\ln x - 1}$$

$$166. f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)$$

$$167. f(x) = \ln \left(\frac{3 * x}{x^2 - 4}\right)$$

$$168. f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

$$169. f(x) = \ln \left(\frac{x + 1}{x - 1}\right)$$

$$170. f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$$

Trigonometrische Funktionen zwischen 0° und 360° bzw. 0 und 2π

$$171. f(x) = 2 * \sin x + 1$$

$$172. f(x) = 1 - 2 * \cos x$$

$$173. f(x) = x * \cos x$$

$$174. f(x) = 2 * \sin x - 2$$

$$175. f(x) = 2 * \cos x + 2$$

$$176. f(x) = x * \sin x$$

$$177. f(x) = x^2 * \sin x$$

$$178. f(x) = 2 * \sin x * (1 - 2 * \cos x)$$

$$179. f(x) = 2 * x^2 * \cos x$$

$$180. \quad f(x) = \frac{3 * \sin x}{2 - \cos x}$$

$$181. \quad f(x) = \frac{3 * \cos x}{2 + \sin x}$$

$$182. \quad f(x) = \frac{3 - 2 * \sin x}{1 + 2 * \sin x}$$

