

Exponentialgleichungen Aufgabe 155

$$7^x + 4 = 21 \cdot 7^{-x}$$

$$7^x + 4 = \frac{21}{7^x} \quad | \cdot 7^x$$

$$7^x \cdot 7^x + 4 \cdot 7^x = 21$$

$$7^{x+x} + 4 \cdot 7^x = 21$$

$$7^{2x} + 4 \cdot 7^x = 21 \quad | -21$$

$$7^{2x} + 4 \cdot 7^x - 21 = 0$$

Lösung durch Substitution:

$$7^x = u \quad \rightarrow \quad 7^{2x} = u^2$$

$$u^2 + 4u - 21 = 0$$

$$p = 4 ; q = -21$$

$$u_{1,2} = \frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - (-21)}$$

$$u_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4 + 21}$$

$$u_{1,2} = -2 \pm \sqrt{25}$$

$$u_{1,2} = -2 \pm 5$$

$$u_1 = -2 + 5 = 3$$

$$u_2 = -2 - 5 = -7$$

Rücksubstituieren:

$$7^x = 3$$

Gleichung logarithmieren:

$$\lg 7^x = \lg 3$$

$$x \cdot \lg 7 = \lg 3 \quad | : \lg 7$$

$$x_1 = \frac{\lg 3}{\lg 7} = \frac{0,4771}{0,8451} = \mathbf{0,56}$$

$$7^x = -7$$

Gleichung logarithmieren.

$$\lg 7^x = \lg -7$$

Keine Lösung, der Logarithmus einer negativen Zahl existiert nicht.

$$L = \{0,56\}$$