

Anwendungen Aufgabe 238

Vor wie viel Jahren betrug ein Kapital 15 000 €, wenn es heute auf 20 000 € bei einem Zinssatz von 5% angewachsen ist? Ab welchem Jahr nimmt das Kapital um 2 000 € jährlich zu?

Wachstumsfaktor = 1,05

$$K_n = K_0 * q^n$$

$$20\ 000 = 15\ 000 * 1,05^n \quad | :15\ 000$$

$$\frac{20\ 000}{15\ 000} = 1,05^n$$

Logarithmieren:

$$\lg \frac{20\ 000}{15\ 000} = \lg 1,05^n$$

$$\lg 20\ 000 - \lg 15\ 000 = n * \lg 1,05 \quad | : \lg 1,05$$

$$n = \frac{\lg 20\ 000 - \lg 15\ 000}{\lg 1,05} = \frac{4,301 - 4,1761}{0,0212} = \mathbf{5,9\ Jahre}$$

n Anzahl der Jahre n + 1 ist das Jahr, das dem Jahr n nachfolgt.

$$K_0 * q^{n+1} - K_0 * q^n = 2\ 000$$

$$20\ 000 * 1,05^{n+1} - 20\ 000 * 1,05^n = 2\ 000$$

$$20\ 000 * 1,05^n * 1,05 - 20\ 000 * 1,05^n = 2\ 000$$

$$1,05^n * (20\ 000 * 1,05 - 20\ 000) = 2\ 000$$

$$1,05^n * (20\ 000 * 1,05 - 20\ 000) = 2\ 000$$

$$1,05^n * 1\ 000 = 2\ 000 \quad | :1\ 000$$

$$1,05^n = 2$$

Logarithmieren:

$$\lg 1,05^n = \lg 2$$

$$n * \lg 1,05 = \lg 2 \quad | : \lg 1,05$$

$$n = \frac{\lg 2}{\lg 1,05} = \frac{0,301}{0,0212} = 14,2 \text{ Jahre}$$

Ab dem 14. Jahr nimmt das Kapital um 2 000 € zu.