Extrem Aufgabe 109

Eine oben offene Schachtel ist 5 cm lang, 3,5 cm breit und 1,2 cm hoch. Wie viel Prozent beträgt die Materialersparnis, wenn bei gleicher Länge l und Volumen V ihr Oberflächeninhalt O minimal ist?

Zielfunktion:

$O = l * b + 2 * b * h + 2 * l * h$

Nebenbedingung:

$V = 5\text{ cm} * 3{,}5\text{ cm} * 1{,}2\text{ cm} = 21\text{ cm}^3$

$21 = 5 * b * h \mid :5$

$b * h = 4{,}2 \mid :b$

$$h = \frac{4{,}2}{b}$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$O_{(b)} = 5b + 8{,}4 + \frac{42}{b} \qquad 0 < b < \infty$$

$$O'_{(b)} = 5 - \frac{42}{b^2}$$

$$5 - \frac{42}{b^2} = 0 \mid *b^2$$

$5b^2 - 42 = 0 \mid +42$

$5b^2 = 42 \mid :5$

$b^2 = 8{,}4 \mid \sqrt{}$

b = 2,9 cm gerundet

$$h = \frac{4{,}2}{2{,}9}\text{ cm} = 1{,}45\text{ cm}$$

$$O''_{(b)} = \frac{84}{b^3} > 0 \dashrightarrow \text{Minimum}$$

$$O_{(2,9)} = 5 * 2,9 + 2,9 * 2,9 + \frac{42}{2,9} = 37,4 \text{ cm}^2 \text{ gerundet}$$

absolutes Minmum, weil

$$O_{(0)} = 5 * 0 + 8,4 + \frac{42}{0} = \infty > 37,4 \text{ cm}^2$$

$$O_{(\infty)} = 5 * \infty + 8,4 + \frac{42}{\infty} = \infty > 37,4 \text{ cm}^3$$

O vor der Optimierung:

$O = 5 * 3,5 + 2 * 5 * 1,2 + 2 * 3,5 * 1,2 \text{ cm}^2 = 37,9 \text{ cm}^2$

Verhältnisgleichung:

$37,9 \text{ cm}^2 : 100 = (37,9 - 37,4) \text{ cm}^2 : x$

$37,9 * x = 50 \mid :37,9$

$x = 1,32\%$ gerundet