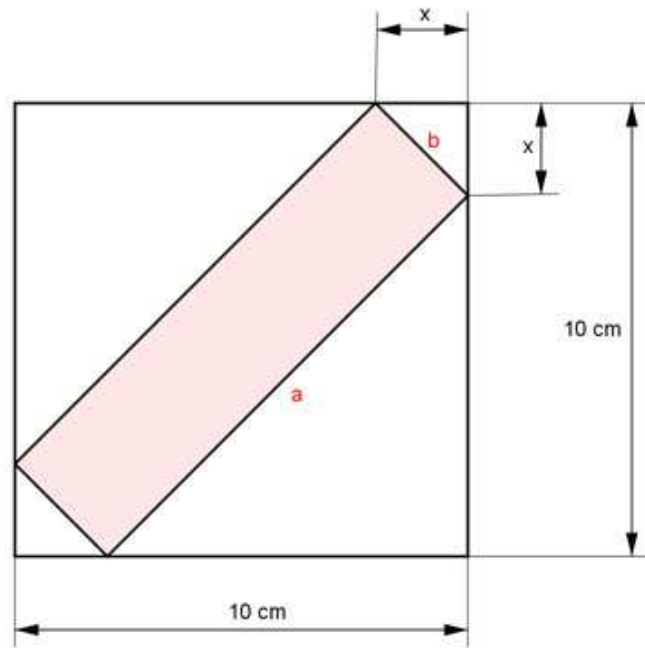


Extrem Aufgabe 11

Für welches a wird der Flächeninhalt A des eingeschriebenen Rechtecks maximal?



Zielfunktion:

$$A = a * b$$

Nebenbedingung:

Satz von Pythagoras: $0 < x < 10$

$$a^2 = (10 - x)^2 + (10 - x)^2 = 2 * (100 - 20x + x^2)$$

$$a^2 = 200 - 40x + 2x^2$$

$$b^2 = x^2 + x^2 = 2x^2$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$A^2(x) = (200 - 40x + 2x^2) * 2x^2$$

$$A^2(x) = 400x^2 - 80x^3 + 4x^4$$

$$A^2'(x) = 800x - 240x^2 + 16x^3 = 16x * (50 - 15x + x^2)$$

$$x^2 - 15x + 50 = 0$$

p, q - Formel:

$$p = -15 ; q = 50$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-15)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-15}{2}\right)^2 - 50}$$

$$x_{1,2} = 7,5 \pm \sqrt{56,25 - 50}$$

$$x_{1,2} = 7,5 \pm \sqrt{6,25}$$

$$x_{1,2} = 7,5 \pm 2,5$$

$x_1 = 7,5 + 2,5 = 10$ --> keine Lösung, außerhalb des Definitionsbereiches

$$x_2 = 7,5 - 2,5 = 5$$

$$a^2 = (10 - 5)^2 + (10 - 5)^2 = 50 \quad | \sqrt{}$$

$$a = 7,07 \text{ cm}$$

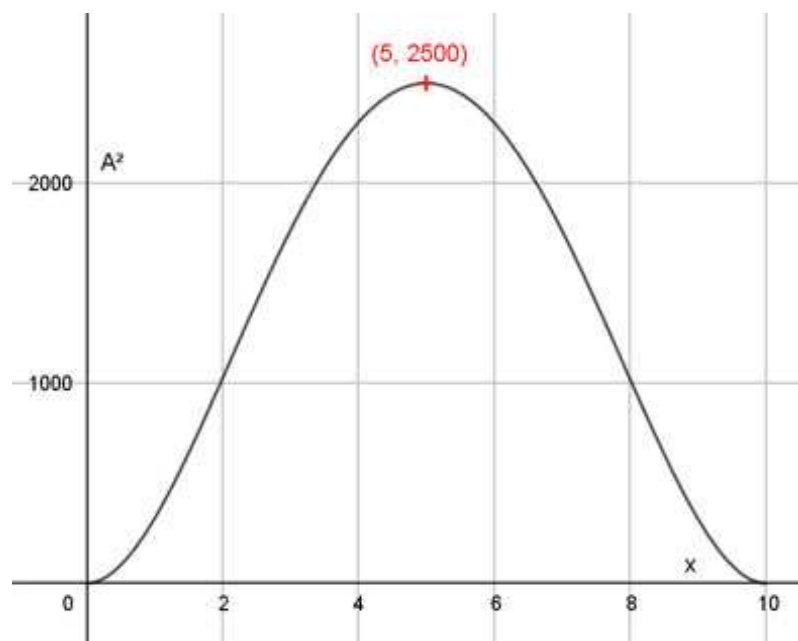
$$b^2 = 2 * 5^2 = 50 \quad | \sqrt{}$$

$$b = 7,07 \text{ cm}$$

$$A^{2''}(x) = 800 - 480x + 48x^2$$

$$A^{2''}(5) = 800 - 480 * 5 + 48 * 5^2 < 0 \text{ --> Maximum}$$

$A_{(5)} = a * b = 7,07 * 7,07 \text{ cm}^2 = 50 \text{ cm}^2 = \sqrt{2500}$ absolutes Maximum,
weil



$$A^2_{(0)} = 16 * 0 * (50 - 15 * 0 + 0^2) = 0 \rightarrow A_{(x)} = 0 < 50 \text{ cm}^2$$

$$A^2_{(0)} = 16 * 10 * (50 - 15 * 10 + 10^2) = 0 \rightarrow A_{(x)} = 0 < 50 \text{ cm}^2$$