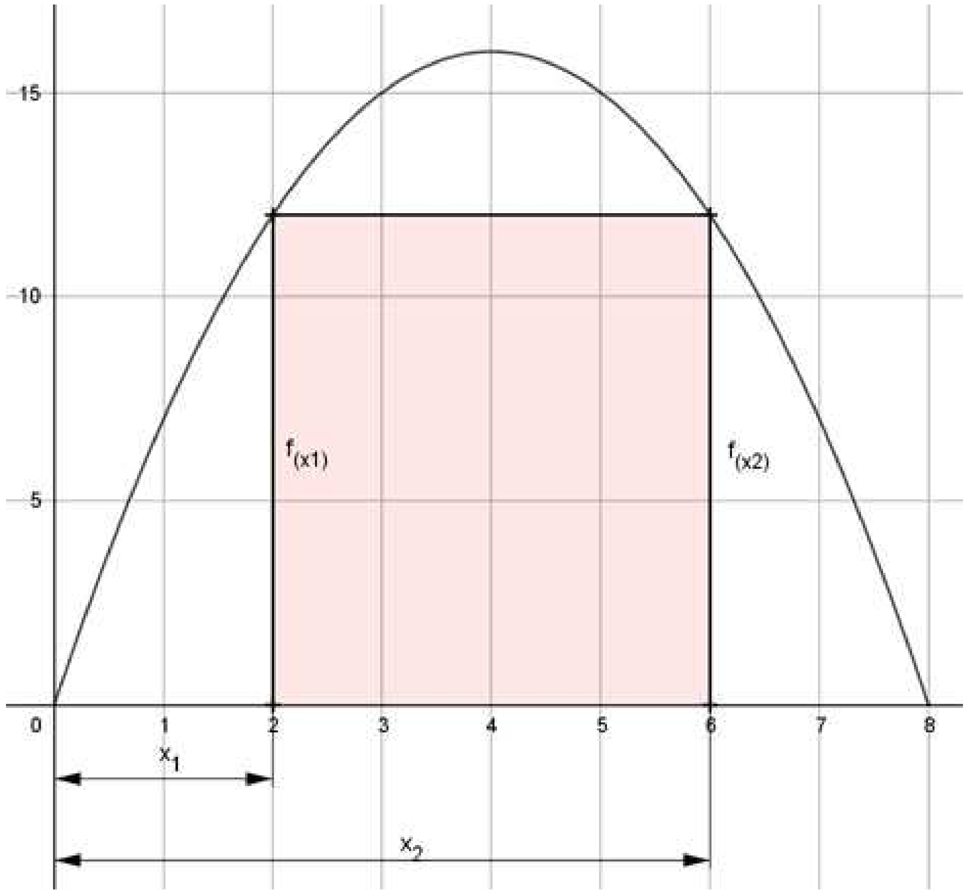
Extrem Aufgabe 136

Welche Höhe h hat das Reckteck mit maximalem Flächeninhalt A zwischen der dargestellten Funktion $f_{(x)} = 8x - x^2$?




Zielfunktion:

$f_{(x1)} = f_{(x2)} = h$

$A = (x_2 - x_1) * f_{(x1)}$

Nebenbedingung:

Scheitelpunkt von $f_{(x)}$:

$f_{(x)} = 8x - x^2$

$f_{(x)} = -(x^2 - 8x + 16 - 16)$

$f_{(x)} = -(x - 4)^2 + 16$ S(4|16)

$f_{(x1)} = f_{(x2)}$

$8x_1 - x_1^2 = 8x_2 - x_2^2 \quad |-8x_1 + x_2^2$

$x_2^2 - x_1^2 = 8x_2 - 8x_1$

$(x_2 - x_1) * (x_2 + x_1) = 8 * (x_2 - x_1) \mid :(x_2 - x_1)$

$8 = x_2 + x_1 \mid -x_1$

$x_2 = 8 - x_1$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$A_{(x1)} = (8 - x_1 - x_1) * (8x_1 - x_1^2)$

$A_{(x1)} = 64x_1 - 8x_1^2 - 16x_1^2 + 2x_1^3$

$A_{(x1)} = 64x_1 - 24x_1^2 + 2x_1^3$ $\qquad 0 < x_1 < 4$

$A'_{(x1)} = 64 - 48x_1 + 6x_1^2$

$6x_1^2 - 48x_1 + 64 = 0$

A, B, C - Formel

A = 6 ; B = -48 ; C = 64

$$x_{11,2} = \frac{-(-48) \pm \sqrt{(-48)^2 - 4*6*64}}{2 * 6}$$

$$x_{11,2} = \frac{48 \pm 27{,}71}{12}$$

$x_{11} = 6{,}3$ keine Lösung > 4

$x_{12} = 1{,}69$

**h =** $8 * 1{,}69 - 1{,}69^2 =$ **10,66 LE**

$x_2 = 8 - 1{,}69 = 6{,}31$

$A''_{(x1)} = -48 + 12x_1$

$A''_{(1,69)} = -48 + 12 * 1{,}69 < 0$ --> Maximum

$A_{(1,69)} = (6{,}31 - 1{,}69) * 10{,}66 = 49{,}25$ FE absolutes Maximum, weil

$A_{(0)} = 64 * 0 - 24 * 0^2 + 2 * 0^3 = 0 < 49{,}25$ FE

$A_{(4)} = 64 * 4 - 24 * 4^2 + 2 * 4^3 = 0 < 49,25$ FE