Extrem Aufgabe 140

Wie groß ist die Breite b eines oben offenen quaderförmigen Behälters, wenn er aus 4,8 m langem Winkeleisen hergestellt, seine Breite und die Länge l sich wie 2 : 3 verhalten und sein Volumen V maximal sein soll?

Zielfunktion:

$V = l * b * h$

Nebenbedingung:

$$\frac{b}{l} = \frac{2}{3} \quad | *l$$

$$b = \frac{2}{3} * l$$

$4b + 4l + 4h = 4,8$ m

$$\frac{8}{3}l + 4l + 4h = 4,8$$

$$\frac{20}{3}l + 4h = 4,8 \quad | - \frac{20}{3}l$$

$$4h = 4,8 - \frac{20}{3}l \quad | :4$$

$$h = 1,2 - \frac{5}{3}l$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$V_{(l)} = \frac{2}{3}l * l * (1,2 - \frac{5}{3}l) \qquad 0 < l < 1,2 \text{ m}$$

$$V_{(l)} = 0,8l^2 - \frac{10}{9}l^3$$

$$V'_{(l)} = 1{,}6l - \frac{10}{3}l^2$$

$$1{,}6l - \frac{10}{3}l^2 = 0 \mid *3$$

$l * (4{,}8 - 10l) = 0$

$l = 0$ keine Lösung

$4{,}8 - 10l = 0 \mid +10l$

$10l = 4{,}8 \mid :10$

$l = 0{,}48$ m

$$\mathbf{b =} \frac{2}{3} * 0{,}48 \text{ m} = \mathbf{0{,}32\ m}$$

$$h = 1{,}2 - \frac{5}{3} * 0{,}48 \text{ m} = 0{,}4 \text{ m}$$

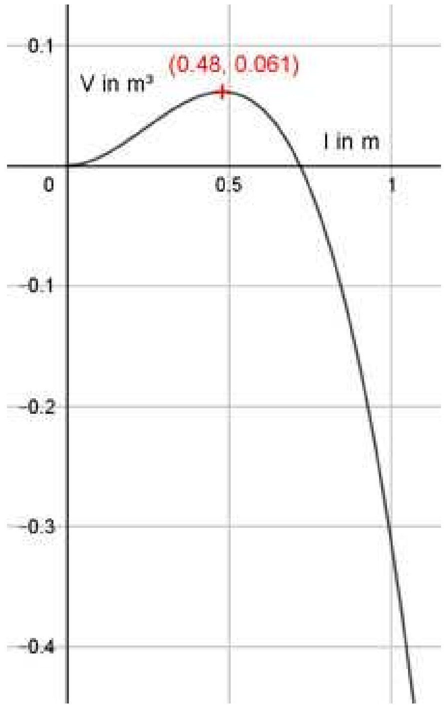
$$V''_{(l)} = 1{,}6 - \frac{20}{3}l$$

$$V_{(0,48)} = 1{,}6 - \frac{20}{3} * 0{,}48 = -1{,}6 < 0 \text{ --> Maximum}$$

$$V_{(0,48)} = 0{,}8 * 0{,}48^2 - \frac{10}{9} * 0{,}48^3 = 0{,}061 \text{ m}^3 \text{ absolutes Maximum, weil}$$

$$V_{(0)} = 0{,}8 * 0^2 - \frac{10}{9} * 0^3 = 0 < 0{,}061 \text{ m}^3$$

$$V_{(0)} = 0{,}8 * 1{,}2^2 - \frac{10}{9} * 1{,}2^3 = -0{,}768 < 0{,}061 \text{ m}^3$$



0.1
(0.48, 0.061)
V in m³
l in m
0
0.5
1
−0.1
−0.2
−0.3
−0.4