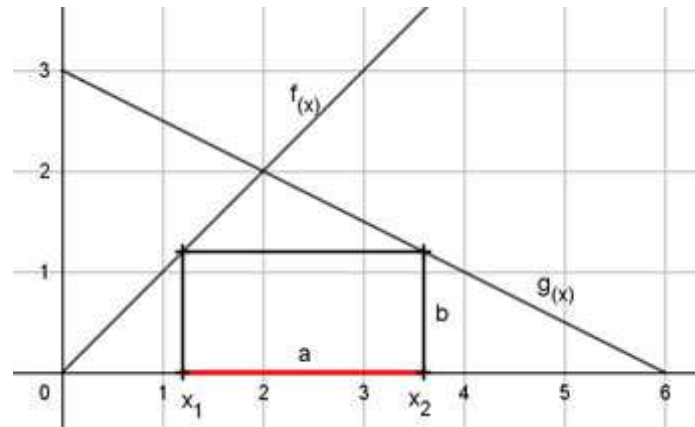


Extrem Aufgabe 142

Wie groß ist die Seite a des Rechtecks, wenn es von den Funktionen $f(x) = x$ und $g(x) = 3 - x/2$ begrenzt wird und sein Flächeninhalt A maximal sein soll?



Zielfunktion:

$$A = a * b$$

Nebenbedingung:

Nullstelle von $g(x)$:

$$3 - \frac{x}{2} = 0 \quad | *2$$

$$6 - x = 0 \quad | +x$$

$$x = 6$$

Schnittpunkt von $f(x)$ mit $g(x)$:

$$x = 3 - \frac{x}{2} \quad | + \frac{x}{2}$$

$$1,5x = 3 \quad | :1,5$$

$$x = 2$$

$$2 < x_2 < 6$$

$$a = x_2 - x_1$$

$$f(x_1) = f(x_2) = b$$

$$x_1 = 3 - \frac{x_2}{2} = b$$

$$a = x_2 - \left(3 - \frac{x_2}{2}\right) = \frac{x_2}{2} - 3$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$A_{(x_2)} = (1,5x_2 - 3) * \left(3 - \frac{x_2}{2}\right)$$

$$A_{(x_2)} = 6x_2 - 0,75x_2^2 - 9$$

$$A'_{(x_2)} = 6 - 1,5x_2$$

$$6 - 1,5x_2 = 0 \quad | +1,5x_2$$

$$1,5x_2 = 6 \quad | :1,5$$

$$x_2 = 4$$

$$x_1 = 3 - \frac{x_2}{2} = 3 - \frac{4}{2} = 1 \text{ LE}$$

$$a = x_2 - x_1 = 4 - 1 = \mathbf{3 \text{ LE}}$$

$$b = f_{(x_1)} = 1 \text{ LE}$$

$$A''_{(x_2)} = -1,5 < 0 \rightarrow \text{Maximum}$$

$$A_{(x_2)} = 3 \text{ LE} * 1 \text{ LE} = 3 \text{ FE} \text{ absolutes Maximum, weil}$$

$$A_{(2)} = 6 * 2 - 0,75 * 2^2 - 9 = 0 < 3 \text{ FE}$$

$$A_{(6)} = 6 * 6 - 0,75 * 6^2 - 9 = 0 < 3 \text{ FE}$$

