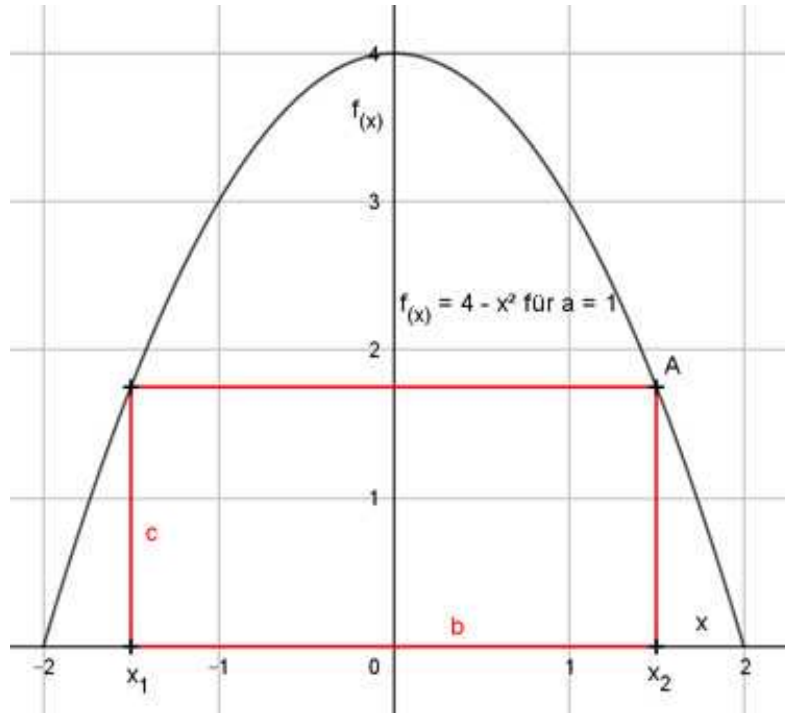


Extrem Aufgabe 158

Wie sind a) die Koordinaten für den Punkt A des Rechtecks mit maximalem Umfang U , das von der Parabel $f(x) = 4 - ax^2$ mit $a > 0$ begrenzt wird?

b) Wie groß ist a , wenn U 12 LE beträgt?



Zielfunktion:

$$U = 2 * c + 2 * b$$

Nebenbedingung:

$$b = 2 * x_1 = 2 * x_2 \text{ wegen Achsensymmetrie}$$

$$c = f_{(x_1)} = f_{(x_2)}$$

$$c = 4 - ax_2^2$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$U_{(x_2)} = 2 * 2 * x_2 + 2 * (4 - ax_2^2)$$

$$U_{(x_2)} = 4x_2 + 8 - 2ax_2^2$$

Nullstellen von:

$$4 - ax^2 = 0 \quad | +ax^2$$

$$ax^2 = 4 \quad | :a$$

$$x^2 = \frac{4}{a} \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x_{1,2} = \pm \frac{2}{\sqrt{a}} \quad \rightarrow 0 < x_2 < \frac{2}{\sqrt{a}}$$

$$U'(x_2) = 4 - 4ax_2$$

$$4 - 4ax_2 = 0 \quad | + 4ax_2$$

$$4ax_2 = 4 \quad | :4$$

$$ax_2 = 1 \quad | :a$$

$$x_2 = \frac{1}{a}$$

$$x_1 = -\frac{1}{a}$$

$$b = 2 * \frac{1}{a} = \frac{2}{a}$$

$$c = 4 - a * \left(\frac{1}{a}\right)^2 = 4 - \frac{1}{a}$$

A hat die Koordinaten $\left(\frac{1}{a} \mid 4 - \frac{1}{a}\right)$

$$U''(x_2) = -4a < 0 \rightarrow \text{Maximum}$$

b)

$$12 = 2 * \frac{2}{a} + 2 * \left(4 - \frac{1}{a}\right)$$

$$12 = \frac{4}{a} + 8 - \frac{2}{a} \quad | -8$$

$$4 = \frac{2}{a} \quad | \cdot a$$

$$4a = 2 \quad | :4$$

$$\mathbf{a = 0,5}$$