

Extrem Aufgabe 160

Ein Betrieb kann bei einem Verkaufspreis von 20 € und einem Selbstkostenpreis von 14 € 10 000 kg einer Ware verkaufen. Durch Marktbeobachtung hat er ermittelt, dass er bei einer Preissenkung um 0,5 € 1 000 kg mehr verkaufen kann. Wie oft muss er den Preis senken, um maximalen Gewinn zu erzielen?

$$G_{(x)} = E_{(x)} - K_{(x)}$$

Gewinn entsteht dann, wenn der Verkaufspreis größer ist als der Selbstkostenpreis.

Bei 20 € ---- 10 000 kg

Bei 19,5 € ----- 10 000 kg + 1 000 kg = 11 000 kg

usw.

Allgemein:

$$x = \text{Anzahl der Preissenkungen} \quad 0 < x < 12$$

Wird der Preis von 20 € 12mal um 0,5 € gesenkt, entsteht der Selbstkostenpreis und somit kein Gewinn mehr.

$$K_{(x)} = 14 * (10\,000 + 1\,000 * x)$$

$$E_{(x)} = (20 - 0,5 * x) * (10\,000 + 1\,000x)$$

$$G_{(x)} = (20 - 0,5 * x) * (10\,000 + 1\,000x) - 14 * (10\,000 + 1\,000x)$$

$$G_{(x)} = 200\,000 + 20\,000x - 5\,000x - 500x^2 - 140\,000 - 14\,000x$$

$$G_{(x)} = 60\,000 + 1\,000x - 500x^2$$

$$G'_{(x)} = 1\,000 - 1\,000x$$

$$1\,000 - 1\,000x = 0 \quad | +1\,000x$$

$$1\,000x = 1\,000 \quad | :1\,000$$

$$\mathbf{x = 1}$$

$$G''_{(x)} = -1\,000 < 0 \rightarrow \text{Maximum}$$

$$G_{(1)} = 60\,000 + 1\,000 * 1 - 500 * 1^2 = 60\,500 \text{ GE absolutes Maximum,}$$

weil

$$G_{(0)} = 60\,000 + 1\,000 * 0 - 500 * 0^2 = 60\,000 \text{ GE} < 60\,500 \text{ GE}$$

$$G_{(12)} = 60\,000 + 1\,000 * 12 - 500 * 12^2 = 0 \text{ GE} < 60\,500 \text{ GE}$$