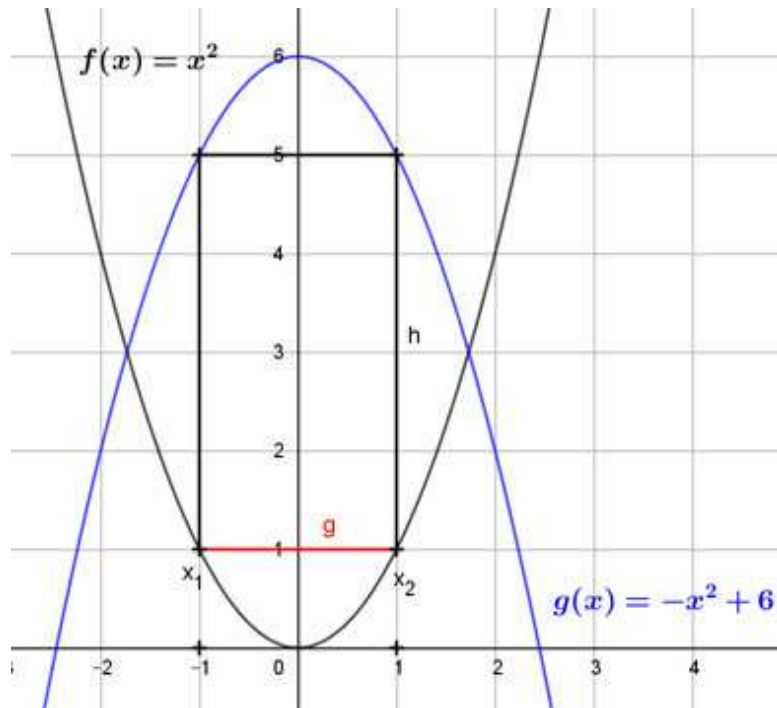


Extrem Aufgabe 162

Wie groß ist g , wenn der Flächeninhalt A des Rechtecks, das durch $f(x)$ und $g(x)$ begrenzt wird, maximal sein soll?



Zielfunktion:

$$A = g \cdot h$$

Nebenbedingung:

$$g = |x_1| + x_2 = 2 \cdot x_2 \quad \text{wegen Achsensymmetrie}$$

$$h = g(x_1) - f(x_1) \quad \text{oder} \quad g(x_2) - f(x_2)$$

$$h = -x_2^2 + 6 - x_2^2 = 6 - 2x_2^2$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$A(x_2) = 2x_2 \cdot (6 - 2x_2^2) = 12x_2 - 4x_2^3$$

Schnittpunktkoordinaten von $f(x)$ und $g(x)$:

$$x^2 = -x^2 + 6 \quad | +x^2$$

$$2x^2 = 6 \quad | :2$$

$$x^2 = 3 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{3} \quad \rightarrow \quad 0 < x_2 < \sqrt{3}$$

$$A'_{(x_2)} = 12 - 12x_2^2$$

$$12 - 12x_2^2 = 0 \quad | +12x_2^2$$

$$12x_2^2 = 12 \quad | :12$$

$$x_1^2 = 1 \quad | \sqrt{}$$

$$x_2 = \pm 1$$

$$x_2 = 1$$

$$x_1 = | - 1 | = 1$$

$$\mathbf{g = 1 + 1 = 2 \text{ LE}}$$

$$h = 6 - 2 * 1^2 = 4 \text{ LE}$$

$$A''_{(x_2)} = - 24x_2 < 0 \text{ --> Maximum}$$

$A_{(x_2)} = 2 \text{ LE} * 4 \text{ LE} = 8 \text{ FE}$ absolutes Maximum, weil

$$A_{(0)} = 12 * 0 - 4 * 0^3 = 0 < 8 \text{ FE}$$

$$A_{(\sqrt{3})} = 12 * \sqrt{3} - 4 * (\sqrt{3})^3 = 0 < 8 \text{ FE}$$

