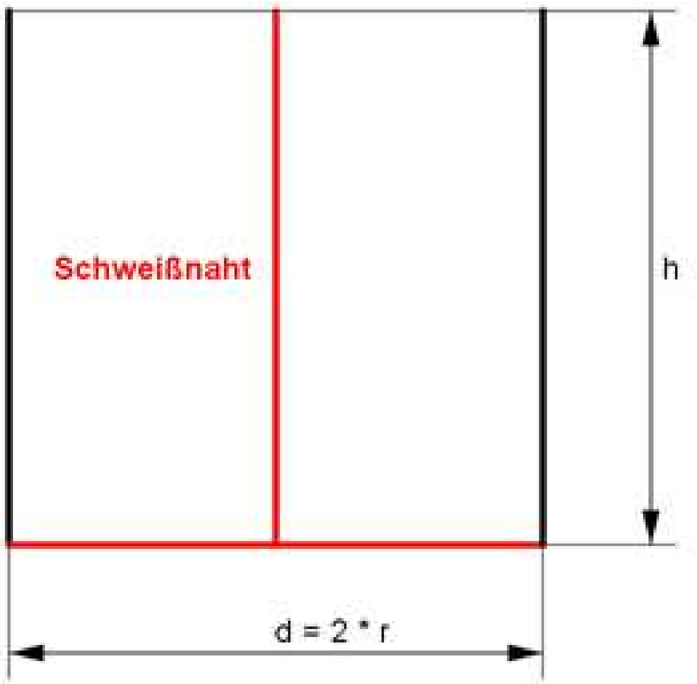
Extrem Aufgabe 168

Der zylindrische oben offene 2 l Blechtopf soll so durch Schweißen aus der Grund- und der Mantelfläche hergestellt werden, dass die Länge l der Schweißnaht minimal wird? Wie groß ist l?



Zielfunktion:

$l = 2 * \pi * r + h$

Nebenbedingung:

$2\ l = 2\ 000\ cm^3$

$V = \pi * r^2 * h \mid :\pi * r^2$

$$h = \frac{2\ 000}{\pi * r^2}$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$l_{(r)} = 2 * \pi * r + \frac{2\ 000}{\pi * r^2} \qquad 0 < r < \infty$$

$$l'_{(r)} = 2 * \pi - \frac{2 * 2\ 000}{\pi * r^3}$$

$$2 * \pi - \frac{2 * 2\,000}{\pi * r^3} = 0 \quad | + \frac{4\,000}{\pi * r^3}$$

$$2 * \pi = \frac{4\,000}{\pi * r^3} \quad | *\pi * r^3$$

$$2\pi^2 r^3 = 4\,000 \quad | :2\pi^2$$

$$r^3 = 202{,}85 \quad |\sqrt[3]{}$$

$r = 5{,}88$ cm gerundet

$$h = \frac{2\,000}{\pi * 5{,}88^2} \text{ cm} = 18{,}4 \text{ cm}$$

$$l''_{(r)} = \frac{3 * 4\,000}{\pi * r^4} > 0 \text{ --> Minimum}$$

$l_{(5,88)}$ = $2 * \pi * 5{,}88$ cm $+ 18{,}4$ cm = **55,3 cm** gerundet, absolutes

Minimum, weil

$$l_{(0)} = 2 * \pi * 0 + \frac{2\,000}{\pi * 0^2} \text{ --> } \infty > 55{,}3 \text{ cm}$$

$$l_{(\infty)} = 2 * \pi * \infty + \frac{2\,000}{\pi * \infty^2} \text{ --> } \infty > 55{,}3 \text{ cm}$$