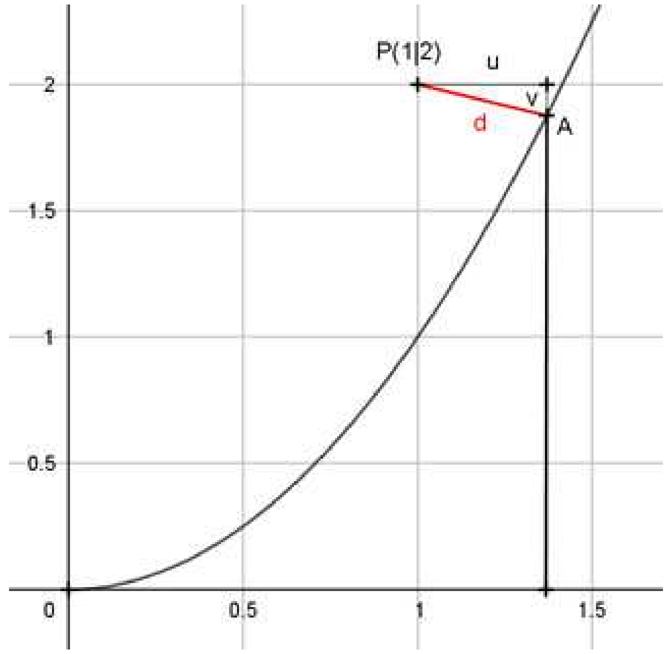
Extrem Aufgabe 170

Welche y-Koordinate hat ein Punkt A auf $f_{(x)} = x^2$, der vom Punkt P(1|2) den kleinsten Abstand hat?



Zielfunktion:

$d^2 = u^2 + v^2$

Nebenbedingung:

$u = x_A - 1$

$v = 2 - y_A$

$y_A = x_A^2$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$d^2_{(xA)} = (x_A - 1)^2 + (2 - x_A^2)^2$

$d^2_{(xA)} = x_A^2 - 2x_A + 1 + 4 - 4x_A^2 + x_A^4$

$d^2_{(xA)} = x_A^4 - 3x_A^2 - 2x_A + 5$

$d^{2\prime}_{(xA)} = 4x_A^3 - 6x_A - 2$

$4x_A^3 - 6x_A - 2 = 0$

Newtonsches Näherungsverfahren:

x	0	1	2
y	-2	-4	18

Vorzeichenwechsel zwischen $x = 1$ und $x = 2$, gewählt $x_0 = 1{,}2$

$$x_1 = x_0 - \frac{f_{(x0)}}{f'_{(x0)}} = 1{,}2 - \frac{-2{,}288}{11{,}28} = 1{,}4$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f_{(x1)}}{f'_{(x1)}} = 1{,}4 - \frac{0{,}576}{17{,}52} = 1{,}37 \text{ gerundet} = x_A$$

y_A = $x_A^2 = 1{,}37^2 =$ **1,87** gerundet

$d''_{(xA)} = 12x_A - 6$

$d''_{(1,87)} = 12 * 1{,}367 - 6 = 10{,}4 > 0$ --> Minimum

$d^2_{(1,37)} = (1{,}367 - 1)^2 + (2 - 1{,}37^2)^2 = 0{,}152 \; |\sqrt{\ }$

$d_1 = 0{,}39$ gerundet

$d_2 = -\,0{,}39$ keine Lösung