

Extrem Aufgabe 194

Wie viele Fahrzeuge können pro Stunde mit einer vorgeschriebenen Richtgeschwindigkeit in kürzester Zeit einen Messpunkt durchfahren, wenn sie einen Sicherheitsabstand von $0,5 \cdot (v/100)^2$ in m einhalten und die durchschnittliche Fahrzeuglänge 12 m beträgt?

$$\text{Abstand } s = 12 \text{ m} + 0,5 \cdot \left(\frac{v^2}{100}\right)^2 \text{ m}$$

$$\text{Geschwindigkeit } v \text{ km/h} = 1000 \text{ m/h}$$

$$t_{(v)} = \frac{s}{v} = \frac{12 + \frac{v^2}{200}}{v} = \frac{12 + \frac{v^2}{200}}{1000 \cdot v}$$

Quotientenregel:

$$u' = \frac{v}{100}$$

$$v' = 1000$$

$$t'_{(v)} = \frac{\frac{v}{100} \cdot 1000v - 1000 \cdot \left(12 + \frac{v^2}{200}\right)}{(1000 \cdot v)^2}$$

$$t'_{(v)} = \frac{10v^2 - 12000 - 5v^2}{(1000 \cdot v)^2}$$

$$5v^2 - 12000 = 0 \quad | +12000$$

$$5v^2 = 12000 \quad | :5$$

$$v^2 = 2400 \quad | \sqrt{}$$

$$v = 49 \text{ km/h gerundet}$$

Zur Beurteilung, ob $t'_{(v)} >$ oder < 0 : (Begründung siehe Kurvendiskussion Aufgabe 105)

$$u' = 10v$$

$$t''(v) = \frac{10v}{(1\,000 * v)^2} = \frac{> 0}{> 0} = > 0 \text{ --> Minimum}$$

$$t_{(49)} = \frac{12 + \frac{49^2}{200}}{1000 * 49} = 0,00049 \text{ h}$$

$$\text{Anzahl} = \frac{1 \text{ h}}{0,00049 \text{ h}} = \mathbf{2\,041 \text{ Fahrzeuge}}$$
 gerundet