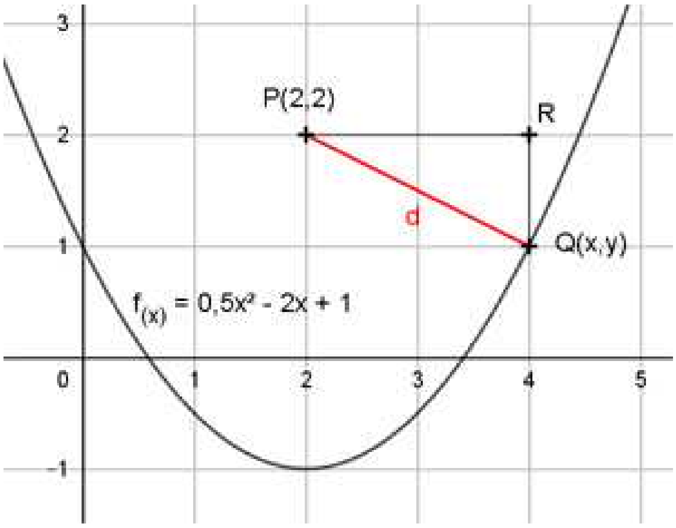
Extrem Aufgabe 200

Wie groß ist der kürzeste Abstand d des Punktes P von einem Punkt Q auf $f_{(x)}$?



Zielfunktion:

$d^2 = PR^2 + QR^2$

Nebenbedingung:

$PR = x - 2$

$QR = 2 - y = 2 - (0,5x^2 - 2x + 1) = - 0,5x^2 + 2x + 1$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$d^2_{(x)} = (x - 2)^2 + (- 0,5x^2 + 2x + 1)^2$

$d^2_{(x)} = x^2 - 4x + 4 + 0,25x^4 - x^3 - 0,5x^2 - x^3 + 4x^2 + 2x - 0,5x^2 + 2x + 1$

$d^2_{(x)} = 0,25x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 5$

$d^{2'}_{(x)} = x^3 - 6x^2 + 8x = x * (x^2 - 6x + 8)$

$x * (x^2 - 6x + 8) = 0$

$x_1 = 0$ keine Lösung $< x = 2$

$x^2 - 6x + 8 = 0$

$p = - 6 ; q = 8$

$$x_{1,2} = \frac{-(-6)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - 8}$$

$x_{1,2} = 3 \pm 1$

$x_1 = 4$

$x_2 = 2$ keine Lösung, entspricht der x-Koordinate von P

$d^2''_{(x)} = 3x^2 - 12x + 8$

$d^2''_{(4)} = 3 * 4^2 - 12 * 4 + 8 = 8 > 0$ --> Minimum

$d^2_{(4)} = (4 - 2)^2 + (- 0,5 * 4^2 + 2 * 4 + 1)$

$d^2_{(4)} = 4 - 8 + 8 + 1 = 5 \,|\sqrt{}$

d = 2,24 LE