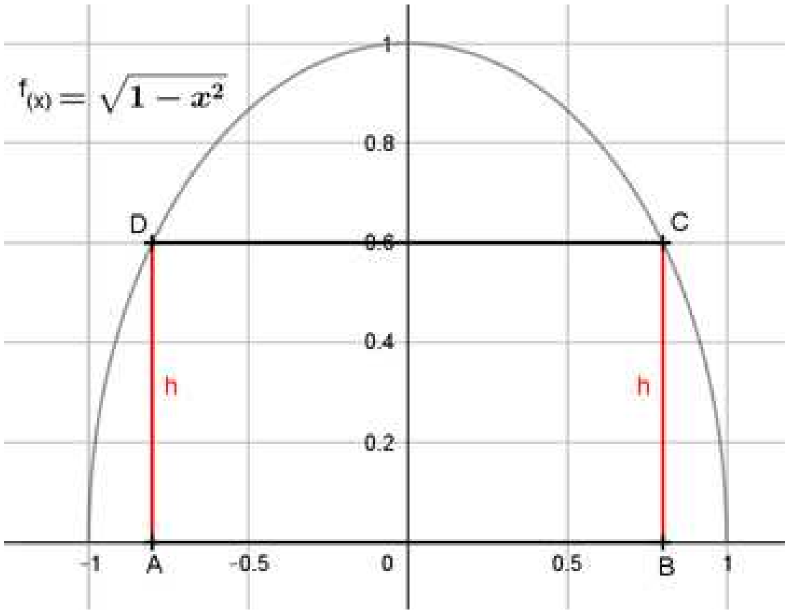
Extrem Aufgabe 206

Welche Höhe h hat das einbeschriebene Rechteck mit maximalem Flächeninhalt A?



Zielfunktion:

A = AB * BC

Nebenbedingung:

Wegen Achsensymmetrie:

AB = 2 * x

$BC = f_{(x)} = \sqrt{1 - x^2} = h$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$A_{(x)} = 2 * x * \sqrt{1 - x^2}$ $\qquad 0 < x < 1$

$A^2_{(x)} = 4x^2 * (1 - x^2) = 4 * (x^2 - x^4)$

Zu untersuchende Funktion:

$A^2_{(x)} = x^2 - x^4$

$A^{2\prime}_{(x)} = 2x - 4x^3$

$2x - 4x^3 = 0$

$2x * (1 - 2x^3) = 0$

$2x = 0 \mid :2$

$x_1 = 0$ keine Lösung

$1 - 2x^2 = 0 \mid +2x^3$

$2x^2 = 1 \mid :2$

$x^2 = 0{,}5 \mid \sqrt{}$

$x_{2,3} = \pm\, 0{,}707$

h = $\sqrt{1 - 0{,}5}$ = **0,707 LE**

$A^{2''}_{(x)} = 2 - 12x^2$

$A^{2''}_{(0{,}707)} = 2 - 12 * (0{,}707)^3 = - 4 < 0$ --> Maximum

$A_{(0{,}707)} = 2 * 0{,}707 * 0{,}707 = 1$ absolutes Maximum, weil

$A^2_{(0)} = 4 * (0^2 - 0^4) \mid \sqrt{}$

$A_{(0)} = 0 < 1$ FE

$A^2_{(1)} = 4 * (1^2 - 1^4) \mid \sqrt{}$

$A_{(1)} = 0 < 1$ FE