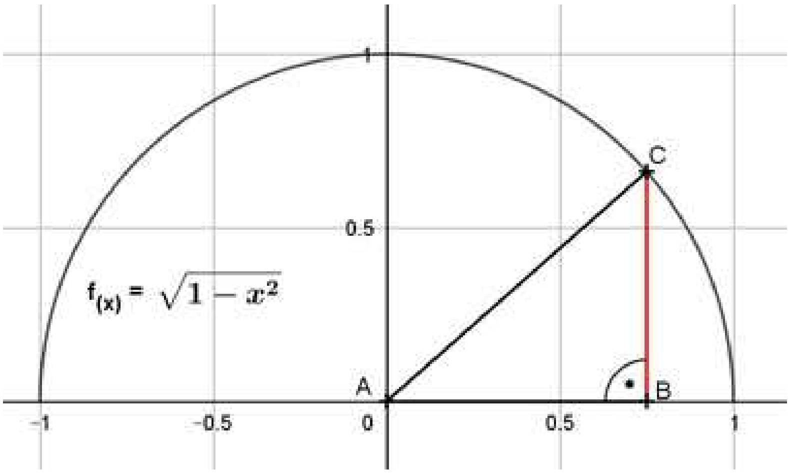
Extrem Aufgabe 208

Wie groß ist die Seite BC des einbeschriebenen Dreiecks, wenn der Flächeninhalt A maximal sein soll?



Zielfunktion:

$$A = \frac{AB * BC}{2}$$

$$A^2 = \frac{AB^2 * BC^2}{4}$$

Nebenbedingung:

$AB = x \text{ --> } AB^2 = x^2$

$BC = f_{(x)} = \sqrt{1 - x^2} \text{ --> } BC^2 = 1 - x^2$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$A^2{}_{(x)} = \frac{x^2 * (1 - x^2)}{4} = \frac{x^2 - x^4}{4} \qquad 0 < x < 1$$

Zu untersuchende Funktion:

$A^2{}_{(x)} = x^2 - x^4$

$A^2{}'_{(x)} = 2x - 4x^3$

$2x - 4x^3 = 0$

$2x * (1 - 2x^2) = 0$

$2x = 0 \mid :2$

$x_1 = 0$ keine Lösung

$1 - 2x^2 = 0 \mid +2x^2$

$2x^2 = 1 \mid :2$

$x^2 = 0{,}5 \mid \sqrt{}$

$x_{2,3} = \pm\, 0{,}71$

$x_2 = 0{,}71$

$x_3 = -\, 0{,}71$ keine Lösung

$f_{(0{,}71)} =$ **BC =** $\sqrt{1 - 0{,}71^2} =$ **0,71 LE**

$A^2{}''_{(x)} = 2 - 12x^2$

$A^2{}''_{(0{,}71)} = 2 - 12 * 0{,}71^2 = -\,4 < 0 \rightarrow$ Maximum

$$A^2_{(0{,}71)} = \frac{0{,}71^2 - 0{,}71^4}{4} = 0{,}0635 \mid \sqrt{}$$

$A_{(0{,}71)} = 0{,}25$ FE absolutes Maximum, weil

$$A^2_{(0)} = \frac{0^2 - 0^4}{4} \mid \sqrt{}$$

$A_{(0)} = 0 < 0{,}25$ FE

$$A^2_{(1)} = \frac{1^2 - 1^4}{4} \mid \sqrt{}$$

$A_{(1)} = 0 < 0{,}25$ FE