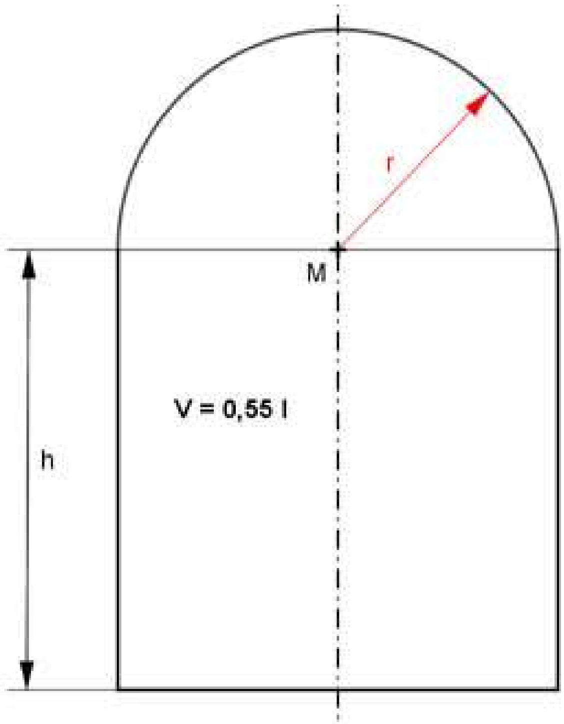
Extrem Aufgabe 210

Ein Getränkehersteller bietet in diesen geschlossenen zylindrischen Metalldosen Saft an. Aus Hygienegründen wird die gesamte Innenfläche beschichtet. Wie groß ist der Radius r der Dose, wenn die Innenfläche minimal sein soll und in den zylindrischen Teil 0,55 l passen?



Zielfunktion:

O = Grundfläche Zylinder G + Mantelfläche Zylinder M + Oberfläche Halbkugel H

$O = \pi * r^2 + 2 * \pi * r * h + 2 * \pi * r^2$

$O = 3 * \pi * r^2 + 2 * \pi * r * h$

Nebenbedingung:

$0{,}55\ l = 0{,}55\ dm^3$

$0{,}55 = \pi * r^2 * h \mid :\pi * r^2$

$$h = \frac{0{,}55}{\pi * r^2}\ dm$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$O_{(r)} = 3 * \pi * r^2 + \frac{2 * \pi * r * 0{,}55}{\pi * r^2}$$

$$O_{(r)} = 3 * \pi * r^2 + \frac{1,1}{r} \qquad 0 < r < \infty$$

$$O'_{(r)} = 6\pi r - \frac{1,1}{r^2}$$

$$6\pi r - \frac{1,1}{r^2} = 0 \mid *r^2$$

$$6\pi r^3 - 1,1 = 0 \mid +1,1$$

$$6\pi r^3 = 1,1 \mid :6\pi$$

$$r^3 = 0,058 \mid \sqrt[3]{}$$

$r = 0,39$ dm

$$h = \frac{0,55}{\pi * 0,39^2} = 1,15 \text{ dm}$$

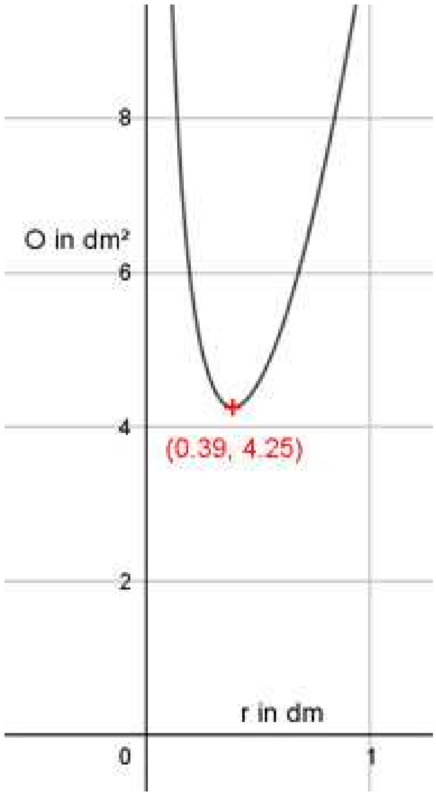
$$O''_{(r)} = 6\pi + \frac{2,2}{r^3} = > 0 \text{ --> Minimum}$$

$$O_{(0,39)} = 3 * \pi * 0,39^2 + 2 * \pi * 0,39 * 1,15 \text{ dm}^2$$

$O_{(0,39)} = 4,25$ dm² absolutes Minmum, weil

$$O_{(0)} = 3 * \pi * 0^2 + \frac{1,1}{0} \text{ --> } \infty > 4,25 \text{ dm}^2$$

$$O_{(\infty)} = 3 * \pi * \infty^2 + \frac{1,1}{\infty} \text{ --> } \infty > 4,25 \text{ dm}^2$$


O in dm²
8
6
4
2
0
1
r in dm
(0.39, 4.25)