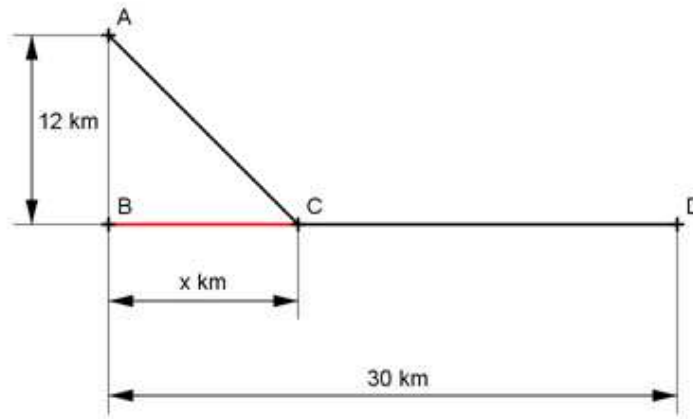


Extrem Aufgabe 212

Ein Fußgänger befindet sich in Punkt A in unwegsamem Gelände und will nach D, das an der ausgebauten Straße von B aus liegt. Im Gelände schafft er 4 km/h, auf der StaÙe 6 km/h. Wie weit von B entfernt sollte er C erreichen, damit er in kürzester Zeit am Ziel ist?



Zielfunktion:

$$t = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}$$

Nebenbedingung:

Satz von Pythagoras im Dreieck ABC:

$$s_1 = AC$$

$$s_2 = BD - x$$

$$AC^2 = s_1^2 = x^2 + 12^2 \quad | \sqrt{}$$

$$s_1 = \sqrt{x^2 + 144}$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$t_{(x)} = \frac{\sqrt{x^2 + 144}}{4} + \frac{30 - x}{6}$$

$$t_{(x)} = \frac{1}{12} * (3 * \sqrt{x^2 + 144} + 60 - 2x)$$

Zu untersuchende Funktion:

$$t(x) = 3 * \sqrt{x^2 + 144} + 60 - 2x \quad 0 < x < 30 \text{ km}$$

$$t'(x) = \frac{1}{2} * \frac{3 * 2x}{\sqrt{x^2 + 144}} - 2$$

$$\frac{1}{2} * \frac{3 * 2x}{\sqrt{x^2 + 144}} - 2 = 0 \quad | \sqrt{x^2 + 144}$$

$$6x = 2 * 2 * \sqrt{x^2 + 144} \quad |^2$$

$$36x^2 = 16x^2 + 2 * 304 \quad | -16x^2$$

$$20x^2 = 2 * 304 \quad | :20$$

$$x^2 = 115,2 \quad | \sqrt{}$$

$$x_{1,2} = \pm 10,73 \text{ km}$$

$$\mathbf{x_1 = 10,73 \text{ km}}$$

$$x_2 = -10,73 \text{ km keine Lösung}$$

Zur Beurteilung, ob $t''(x) >$ oder < 0 : (Begründung siehe Kurvendiskussion Aufgabe 105)

$$u = 6x, \quad u' = 6$$

$$t''(x) = \frac{6}{2 * \sqrt{x^2 + 144}} = \frac{3}{\sqrt{x^2 + 144}} > 0 \quad \rightarrow \text{Minimum}$$

$$t_{(10,73)} = \frac{3 * \sqrt{10,73^2 + 144} + 60 - 2 * 10,73 \text{ h}}{12}$$

$$t_{(10,73)} = 7,24 \text{ h absolutes Minimum, weil}$$

$$t(0) = \frac{1}{12} * (3 * \sqrt{0^2 + 144} + 60 - 2 * 0) = 8 \text{ h} > 7,24 \text{ h}$$

$$t_{(30)} = \frac{1}{12} * (3 * \sqrt{30^2 + 144} + 60 - 2 * 30) = 8,08 \text{ h} > 7,24 \text{ h}$$

