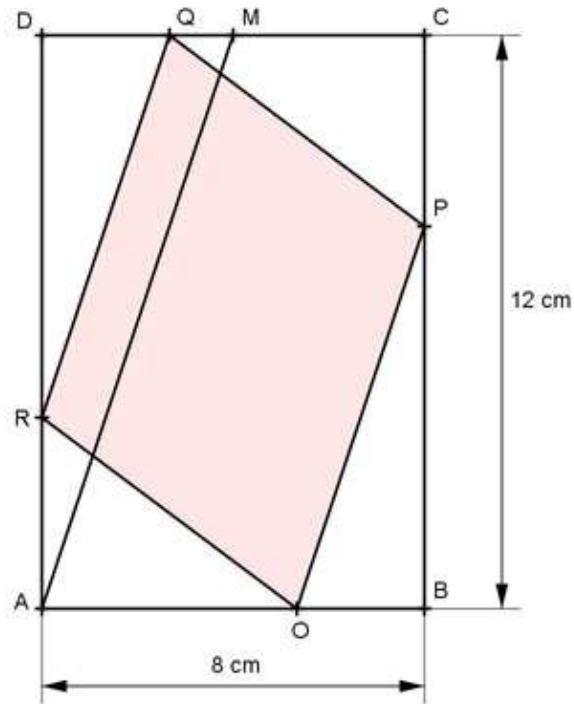


### Extrem Aufgabe 39

Wie viel cm liegt P von B entfernt, wenn M auf der Mitte von DC liegt, QN und OP parallel zu AM verlaufen und die Fläche des eingeschriebenen Parallelogramms am größten sein soll?



Zielfunktion:

$$A_{OPQR} = A_{ABCD} - 2 * A_{OBP} - 2 * A_{AOR}$$

$$OB = DQ = x$$

$$BP = DR = y$$

$$AO = 8 - x$$

$$AR = 12 - y$$

$$A_{OPQR} = 8 \text{ cm} * 12 \text{ cm} - 2 * \frac{x * y}{2} - 2 * \frac{(8 - x) * (12 - y)}{2}$$

$$A_{OPQR} = 96 - x * y - (96 - 12x - 8y + xy)$$

$$A_{OPQR} = 12x - 2xy + 8y$$

Nebenbedingung:

Die Dreiecke AMD und OBP sind ähnlich:

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{12}$$

Über Kreuz multipliziert:

$$12x = 4y \quad | :4$$

$$y = 3x$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$A_{OPQR(x)} = 12x - 2x * 3x + 8 * 3x$$

$$A_{OPQR(x)} = -6x^2 + 36x \quad 0 < x \leq 4$$

$$A'_{OPQR(x)} = -12x + 36$$

$$-12x + 36 = 0 \quad | +12x$$

$$12x = 36 \quad | :12$$

$$x = 3 \text{ cm}$$

$$y = 3 * 3 \text{ cm} = \mathbf{9 \text{ cm}}$$

$$A''_{OPQR(x)} = -12 < 0 \rightarrow \text{Maximum}$$

$$A_{OPQR(3)} = -6 * 3^2 + 36 * 3 = 54 \text{ cm}^2 \text{ absolutes Maximum, weil}$$

$$A_{OPQR(0)} = -6 * 0^2 + 36 * 0 = 0 \text{ cm}^2 < 54 \text{ cm}^2$$

$$A_{OPQR(4)} = -6 * 4^2 + 36 * 4 = 48 \text{ cm}^2 < 54 \text{ cm}^2$$

