

Extrem Aufgabe 57

Die Summe der beiden Katheten x und y eines rechtwinkligen Dreiecks sei s . Wie groß sind x und y , wenn die Hypotenuse c minimal sein soll?

Zielfunktion:

$$c^2 = x^2 + y^2 \quad 0 < c < s$$

Nebenbedingung:

$$s = x + y \quad | -x$$

$$y = s - x$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$c^2_{(x)} = x^2 + (s - x)^2 = x^2 + s^2 - 2sx + x^2$$

$$c^2_{(x)} = 2x^2 - 2sx + s^2$$

$$c^{2'}_{(x)} = 4x - 2s$$

$$4x - 2s = 0 \quad | +2s$$

$$4x = 2s \quad | :4$$

$$x = \frac{s}{2}$$

$$y = s - \frac{s}{2} = \frac{s}{2}$$

$$c^{2''}_{(x)} = 4 > 0 \rightarrow \text{Minimum}$$

$$c^2_{(s/2)} = \left(\frac{s}{2}\right)^2 + \left(s - \frac{s}{2}\right)^2 = \frac{s^2}{2} \quad \text{absolutes Minimum, weil}$$

$$c^2_{(0)} = 0^2 + (s - 0)^2 = s^2 > \frac{s^2}{2}$$

$$c^2_{(s)} = s^2 + (s - s)^2 = s^2 > \frac{s^2}{2}$$