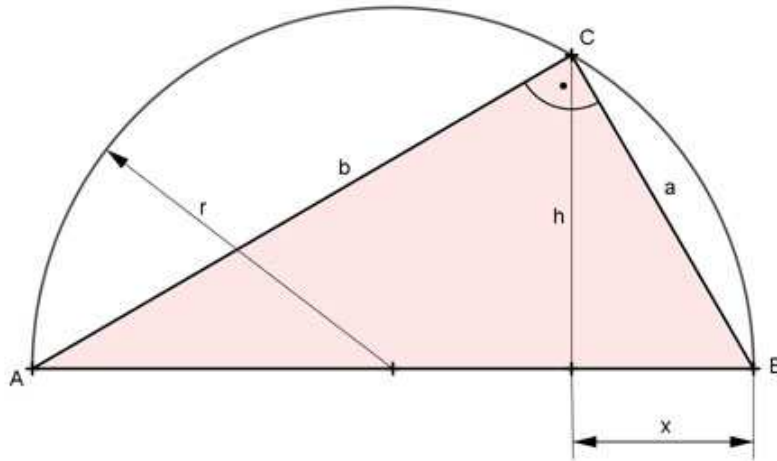


Extrem Aufgabe 63

Wie lang ist die Kathete b des in den Halbkreis mit dem Radius r eingefügten rechtwinkligen Dreiecks, wenn dessen Fläche A maximal sein soll?



Zielfunktion:

$$A = \frac{2 * r * h}{2} = r * h$$

$$A^2 = r^2 * h^2$$

Nebenbedingung:

Höhensatz:

$$h^2 = (2r - x) * x = 2rx - x^2 \quad 0 < x < 2r$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$A^2_{(x)} = r^2 * (2rx - x^2) = 2r^3x - r^2x^2$$

$$A^{2'}_{(x)} = 2r^3 - 2r^2x$$

$$2r^3 - 2r^2x = 0 \quad | :r^2$$

$$2r - 2x = 0 \quad | +2x$$

$$2x = 2r \quad | :2$$

$$x = r \quad \rightarrow \quad h = r$$

$$A^{2''}_{(x)} = -2r^2 < 0 \quad \rightarrow \quad \text{Maximum}$$

Satz von Pythagoras im Dreieck ABC:

$$b^2 = r^2 + r^2 = 2r^2 \quad | \sqrt{}$$

$$\mathbf{b = r * \sqrt{2}}$$

$$A^2_{(r)} = r^2 * r^2 = r^4$$

$A_{(r)} = r^2$ absolutes Maximum, weil

$$A^2_{(0)} = 0^2 * (2r * 0 - 0^2)$$

$$A_{(0)} = 0 < r^2$$

$$A^2_{(2r)} = 2r^3 * 2r - r^2 * (2r)^2$$

$$A_{(2r)} = 0 < r^2$$