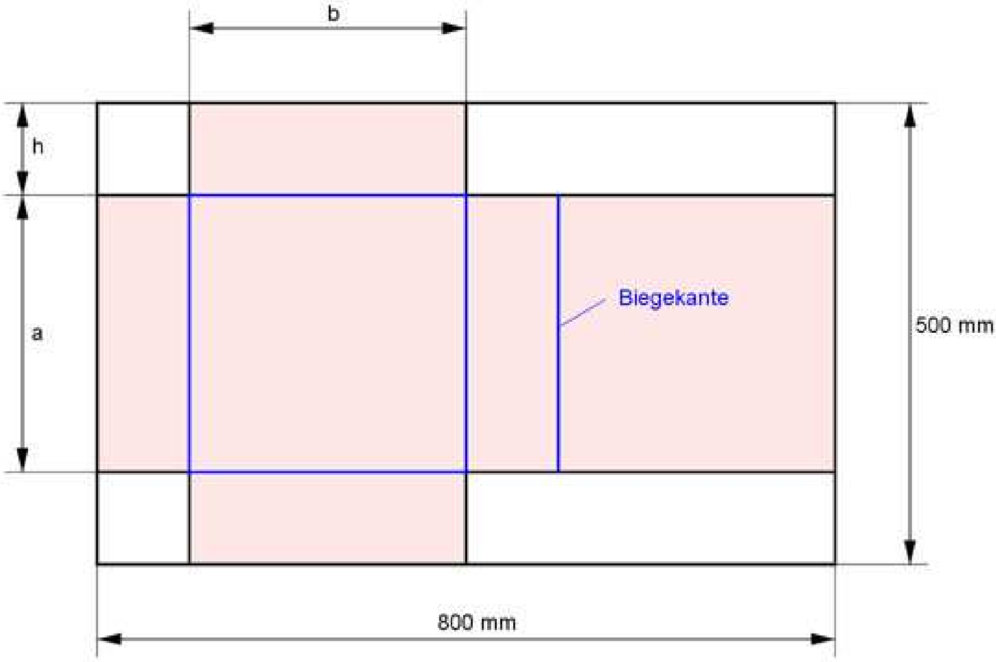
Extrem Aufgabe 78

Wie groß ist das maximale Volumen V eines geschlossenen Behälters, der aus dieser Blechtafel hergestellt werden kann?



Zielfunktion:

$V = a * b * h$

Nebenbedingung:

$a = 500 - 2h$

$b = 800 - 2h - b \mid +b$

$2b = 800 - 2h \mid :2$

$b = 400 - h$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$V_{(h)} = (500 - 2h) * (400 - h) * h \qquad 0 < h < 250$ mm

$V_{(h)} = 200\,000h - 1\,300h^2 + 2h^3$

$V'_{(h)} = 200\,000 - 2\,600h + 6h^2$

$6h^2 - 2\,600h + 200\,000 = 0$

A, B, C - Formel

$A = 6$; $B = -2\,600$; $C = 200\,000$

$$h_{1,2} = \frac{-(-2\,600) \pm \sqrt{(-2\,600)^2 - 4 * 6 * 200\,000}}{2 * 6}$$

$$h_{1,2} = \frac{2\,600 \pm 1\,400}{12}$$

$h_1 = 333{,}3$ mm keine Lösung > 250 mm

$h_2 = 100$ mm

$a = 500$ mm $- 2 * 100$ mm $= 300$ mm

$b = 400$ mm $- 100$ mm $= 300$ mm

$V''_{(h)} = -2\,600 + 12h$

$V''_{(100)} = -2\,600 + 1\,200 = -1\,400 < 0$ --> Maximum

$V_{(100)}$ = 300 mm * 300 mm * 100 mm = 9 000 000 mm³ = **9 000 cm³**

absolutes Maximum, weil

$V_{(0)} = (500 - 2 * 0) * (400 - 0) * 0 = 0$ cm³ < 9 000 cm³

$V_{(250)} = (500 - 2 * 250) * (400 - 250) * 250 = 0$ cm³ < 9 000 cm³