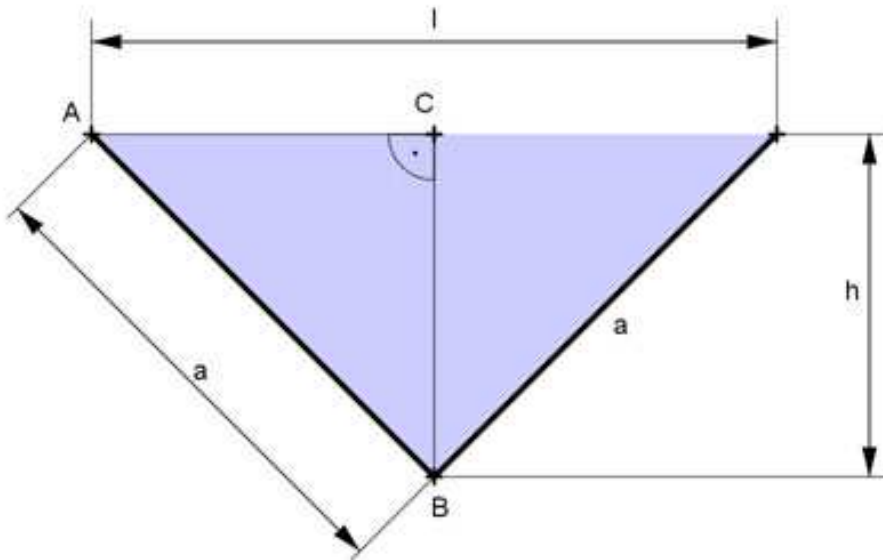


## Extrem Aufgabe 79

Durch den Kanal fließt Wasser. Wie groß muss  $l$  sein, wenn bei gegebenem Querschnitt  $A$  die benetzte Länge  $u$  am kleinsten sein soll?



Zielfunktion:

$$u = 2 * a$$

$$u^2 = 4 * a^2$$

Nebenbedingung:

Satz von Pythagoras im Dreieck ABC:

$$a^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + h^2$$

$$A = \frac{l * h}{2} \quad | * 2$$

$$2 * A = l * h \quad | : l$$

$$h = \frac{2 * A}{l}$$

$$h^2 = \frac{4 * A^2}{l^2}$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$u^2(l) = 4 * \left(\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{4 * 4 * A^2}{l^2} \quad 0 < l < \infty$$

$$u^2(l) = l^2 + \frac{16 * A^2}{l^2}$$

$$u^{2'}(l) = 2l - \frac{2 * 16 * A^2}{l^3} = \frac{2l^4 - 32 * A^2}{l^3}$$

$$\frac{2l^4 - 32 * A^2}{l^3} = 0 \quad | * l^3$$

$$2l^4 - 32 * A^2 = 0 \quad | :2$$

$$l^4 - 16 * A^2 = 0 \quad | +16A^2$$

$$l^4 = 16A^2 \quad | \sqrt[4]{\quad}$$

$$l = 2 * \sqrt[4]{A^2}$$

$$h = \frac{2 * A}{2 * \sqrt[4]{A^2}} = \sqrt[4]{A^2}$$

Zur Beurteilung, ob  $u^{2''}(l) >$  oder  $< 0$ : (Begründung siehe Kurvendiskussion Aufgabe 105)

$$u = 2l^5 - 2l * 16 * A^2, \quad u' = 10l^4 - 2 * 16 * A^2$$

$$u^{2''}(l) = \frac{u'}{v} = \frac{10l^4 - 32A^2}{l^4}$$

$$u^{2''}(2 * \sqrt[4]{A^2}) = \frac{160A^2 - 32A^2}{16A^2} > 0 \rightarrow \text{Minimum}$$

$$u^2(2 * \sqrt[4]{A^2}) = (2 * \sqrt[4]{A^2})^2 + \frac{16A^2}{(2 * \sqrt[4]{A^2})^2} = 8A \text{ absolutes Minimum, weil}$$

$$u^2_{(0)} = 0^2 + \frac{\dots}{0^2} \rightarrow \infty > 8A$$

$$u^2_{(\infty)} = \infty^2 + \frac{16A^2}{\infty^2} \rightarrow \infty^2 > 8A$$