

Extrem Aufgabe 81

Wie groß ist das maximale Volumen V eines Quaders mit quadratischer Grundfläche und einer Oberfläche von 240 cm^2 ?

Zielfunktion:

Grundseite = a

Höhe = h

$$V = a^2 * h \text{ cm}^3$$

Nebenbedingung:

$$0 = 2 * a^2 + 4 * a * h \quad | - 2a^2$$

$$240 - 2a^2 = 4ah \quad | :4a$$

$$h = \frac{240 - 2a^2}{4a}$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$V_{(a)} = a^2 * \frac{240 - 2a^2}{4a} = 60a - 0,5a^3 \quad \rightarrow 0 < a < \sqrt{120} \text{ sonst wird das}$$

Volumen negativ

$$V'_{(a)} = 60 - 1,5a^2$$

$$60 - 1,5a^2 = 0 \quad | +1,5a^2$$

$$1,5a^2 = 60 \quad | :1,5$$

$$a^2 = 40 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$a = \sqrt{40} \text{ cm} = 6,32 \text{ cm}$$

$$h = \frac{240 - 80}{4 * \sqrt{40}} = \sqrt{40} \text{ cm}$$

$$V''_{(a)} = -3a < 0 \rightarrow \text{Maximum}$$

$$V_{(\sqrt{40})} = 40 * \sqrt{40} = \mathbf{253 \text{ cm}^3} \quad \text{absolutes Maximum, weil}$$

$$V_{(0)} = 60 * 0 - 0,5 * 0^3 = 0 \text{ cm}^3 < 253 \text{ cm}^3$$

$$V_{(v120)} = 60 * v120 - 0,5 * (v120)^3 = v120 * (60 - 0,5 * 120) = 0 \text{ cm}^3 < 253 \text{ cm}^3$$

