

Flächenberechnung Aufgabe 89

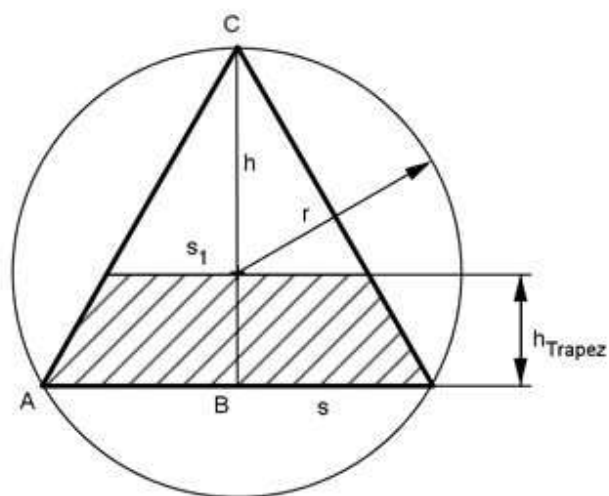
Wie groß ist die Fläche A des schraffierten gleichschenkligen Trapezes, das in einem gleichseitigen Dreieck mit dem Umkreisradius $r = 6 \text{ cm}$ liegt?

$$r = \frac{2}{3} * h \quad | *3$$

$$3 * r = 2 * h \quad | :2$$

$$h = \frac{3}{2} * r$$

$$h_{\text{Trapez}} = \frac{3}{2} r - r = \frac{r}{2}$$



Satz von Pythagoras im Dreieck ABC:

$$s^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2} r\right)^2 \quad | -h^2$$

$$s^2 = \frac{s^2}{4} + \frac{9}{4} r^2 \quad | - \frac{s^2}{4}$$

$$s^2 - \frac{s^2}{4} = \frac{9}{4} r^2$$

$$\frac{3}{4} s^2 = \frac{9}{4} r^2 \quad | *4$$

$$3s^2 = 9r^2 \quad | :3$$

$$s^2 = 3r^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$s = r \sqrt{3}$$

Strahlensatz:

$$s : s_1 = \frac{3}{2} r : r$$

$$\frac{s}{s_1} = \frac{3}{2} \quad | \cdot s_1$$

$$s = \frac{3}{2} s_1 \quad | \cdot 2$$

$$2s = 3s_1 \quad | :3$$

$$s_1 = \frac{2}{3} s = \frac{2}{3} r \sqrt{3}$$

$$A = \frac{s \cdot s_1}{2} \cdot h_{\text{Trapez}}$$

$$A = \frac{r \cdot \sqrt{3} + \frac{2}{3} \cdot r \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{r}{2}$$

$$A = \frac{3 \cdot r \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot r \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 3} \cdot \frac{r}{2}$$

$$A = \frac{5 \cdot r \cdot \sqrt{3} \cdot r}{12} = \frac{5}{12} \cdot r^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{5}{12} \cdot 6^2 \cdot \sqrt{3} = 26 \text{ cm}^2$$