

## Flächenberechnung Aufgabe 127

Wie groß ist die schraffierte Fläche A?

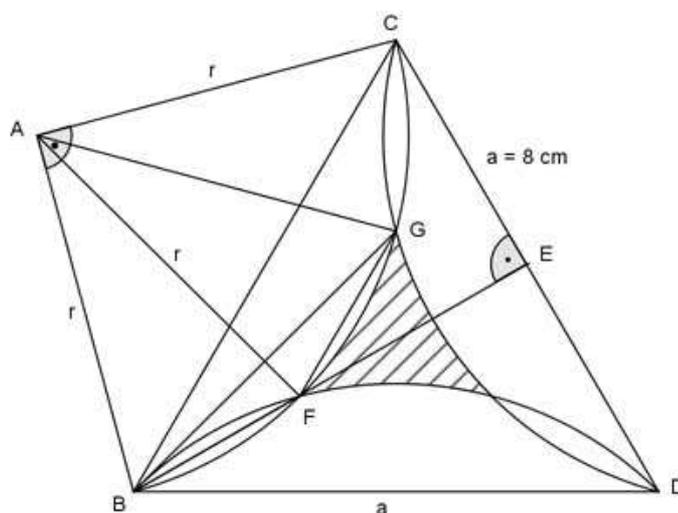
Satz von Pythagoras im Dreieck ABC:

$$a^2 = r^2 + r^2$$

$$a^2 = 2 * r^2 \quad | :2$$

$$r^2 = \frac{a^2}{2} = \frac{64}{2} = 32 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$r = 5,66 \text{ cm}$$



Winkel DBE = 30° weil Winkel BDC = 60° und Dreieck BDE rechtwinklig

Winkel ABC = 45° weil Dreieck ABC rechtwinklig gleichschenkelig.

$$\text{Winkel ABF} = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$$

Dreieck ABF ist gleichschenkelig, deswegen ist der

$$\text{Winkel BAF} = 180^\circ - 2 * 75^\circ = 30^\circ$$

Die Dreiecke ABF, AFG und AFC sind somit gleich und Teildreiecke eines regelmäßigen Zwölfecks.

Kreis Sektor des regelmäßigen Zwölfecks  $A_{12}$ :

$$A_{12} = \frac{r^2 * \pi * 30^\circ}{360^\circ}$$

$$A_{12} = \frac{5,66^2 \text{ cm}^2 * \pi}{12} = 8,38 \text{ cm}^2$$

Dreieck BGA ist gleichseitig, weil der Winkel bei A = 60° ist und es gleichschenkelig mit der Seite r ist. Somit ist es ein Teildreieck eines regelmäßigen Sechsecks und BG = r.

Satz von Pythagoras im Dreieck BHA:

$$HA = h$$

$$BH = \frac{r}{2}$$

$$r^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 + h^2 \quad | - \left(\frac{r}{2}\right)^2$$

$$r^2 - \frac{r^2}{4} = h^2$$

$$h^2 = \frac{3}{4} r^2 = \frac{3}{4} * 5,66^2 = 24 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$h = 4,9 \text{ cm}$$

Satz von Pythagoras im Dreieck BFH:

$$BF = s = \text{Zwölfeckseite}$$

$$s^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 + (r - h)^2$$

$$s^2 = \frac{r^2}{4} + (5,66 - 4,9)^2$$

$$s^2 = 8 + 0,58 = 8,58 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$s = 2,93 \text{ cm} = \text{Zwölfeckseite}$$

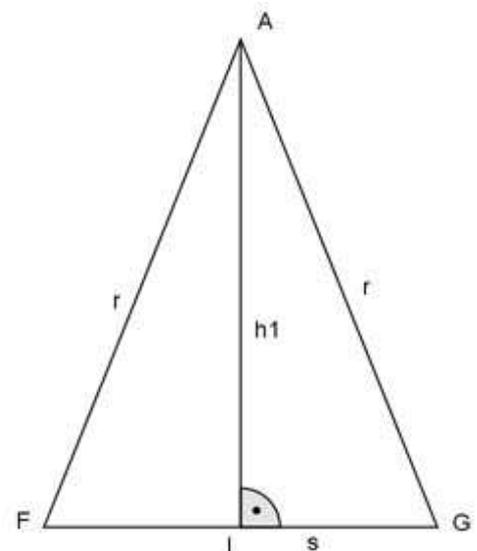
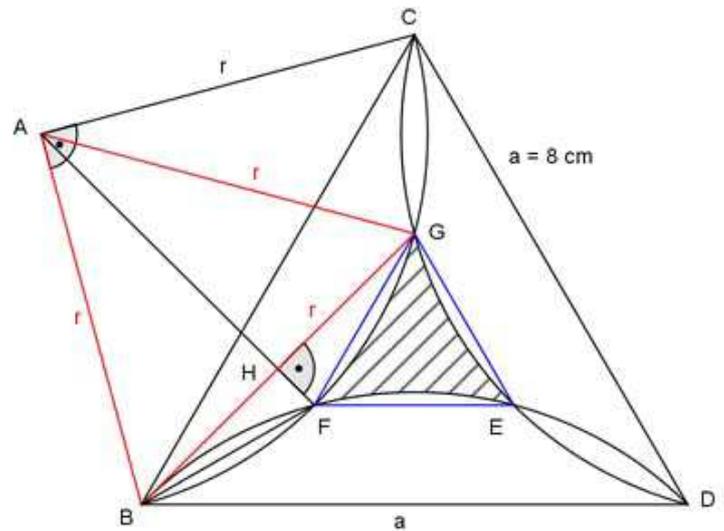
Teildreieck des regelmäßigen Zwölfecks:

Satz von Pythagoras im Dreieck FIA:

$$r^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2 + h_1^2 \quad | - \left(\frac{s}{2}\right)^2$$

$$h_1^2 = r^2 - \frac{s^2}{4}$$

$$h_1^2 = 32 - 2,15 = 29,85 \quad | \sqrt{\quad}$$



$$h_1 = 5,46 \text{ cm}$$

Fläche  $A_{\text{Sichel}}$  der Sichel FG:

$$A_{\text{Sichel}} = A_{12} - \frac{s * h_1}{2}$$

$$A_{\text{Sichel}} = 8,38 \text{ cm}^2 - \frac{2,93 \text{ cm} * 5,46 \text{ cm}}{2} = 0,38 \text{ cm}^2$$

Satz von Pythagoras im Dreieck FKG:

$$s^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2 + h_2^2 \quad | -\left(\frac{s}{2}\right)^2$$

$$h_2^2 = s^2 - \frac{s^2}{4}$$

$$h_2^2 = \frac{3}{4} * 2,93^2 = 6,44 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$h_2 = 2,54 \text{ cm}$$

Fläche  $A_{\text{DEB}}$  des Dreiecks DEB:

$$A_{\text{DEB}} = \frac{s * h_2}{2} = \frac{2,93 \text{ cm} * 2,54 \text{ cm}}{2} = 3,72 \text{ cm}^2$$

schraffierte Fläche:

$$A_{\text{schraffiert}} = A_{\text{DEB}} - 3 * A_{\text{Sichel}}$$

$$A_{\text{schraffiert}} = 3,72 \text{ cm}^2 - 3 * 0,38 \text{ cm}^2 = \mathbf{2,58 \text{ cm}^2}$$

