

Integral Aufgabe 101

Berechnen Sie den Flächeninhalt A zwischen dem Graphen von $f(x)$ und der x-Achse.

$$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)x^3 - \left(\frac{13}{4}\right)x + 3$$

Nullstellen:

$$\frac{1}{4}x^3 - \frac{13}{4}x + 3 = 0 \quad | \cdot 4$$

$$x^3 - 13x + 12 = 0$$

Durch Probieren ermittelt: $x_1 = 1$

Polynomdivision:

$$\begin{array}{r} x^3 - 13x + 12 : x - 1 = x^2 + x - 12 \\ -(x^3 - x^2) \\ \hline x^2 - 13x \\ -(x^2 - x) \\ \hline -12x + 12 \\ -(-12x + 12) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

Linearfaktoren:

$$x^2 + x - 12 = (x + 4)(x - 3)$$

$$x_2 = -4$$

$$x_3 = 3$$

$$A = \int_{-4}^1 \left(\frac{1}{4}x^3 - \frac{13}{4}x + 3\right)dx + \int_1^3 \left(\frac{1}{4}x^3 - \frac{13}{4}x + 3\right)dx$$

$$A = \left| \frac{x^4}{16} - \frac{13x^2}{8} + 3x \right|_{-4}^1 + \left| \frac{x^4}{16} - \frac{13x^2}{8} + 3x \right|_1^3$$

$$A = |0,0625 - 1,625 + 3 - (16 - 26 - 12)| +$$

$$+ |5,0625 - 14,625 + 9 - (0,0625 - 1,625 + 3)|$$

$$A = |23,44| + |- 2|$$

$$A = 25,44$$

