Integral Aufgabe 131

Berechnen Sie den Flächeninhalt A zwischen $f_{(x)} = \sin 2x$ und $g_{(x)} = \sin x$ im Bereich zwischen $x = 0$ und $x = \pi$.

Schnittpunkte:

$f_{(x)} = g_{(x)}$

$\sin 2x = \sin x$ mit $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

$2 \sin x \cos x = \sin x \;|\sin x$ $\quad \sin x \neq 0$

$2 \cos x = 1 \;|:2$

$\cos x = 0{,}5$

$x = \pi/3$ $\quad$ zwischen $0 \leq x \leq \pi$

Nullstellen:

$\sin 2x = 0$ für $x_1 = 0$, $x_2 = \pi/2$ und $x_3 = \pi$

$\sin x = 0$ für $x_1 = 0$ und $x_2 = \pi$

$f_{(x)} - g_{(x)} = \sin 2x - \sin x$

$\int (\sin 2x)\, dx$:

Integration durch Substitution:

$u = 2x$, $u' = 2$

$\sin 2x = \sin u$

$dx = du/2$

$$\int (\sin 2x)\, dx = \int \frac{\sin u}{2}\, du$$

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\frac{\sin u}{2} du - \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \frac{\sin u}{2} du - \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sin x\, dx$$

$$A = \left| -\frac{\cos u}{2} + \cos x \right|_{0}^{\pi/3} + \left| -\frac{\cos u}{2} + \cos x \right|_{\pi/3}^{\pi}$$

$$A = \left| -\frac{\cos 2x}{2} + \cos x \right|_{0}^{\pi/3} + \left| -\frac{\cos 2x}{2} + \cos x \right|_{\pi/3}^{\pi}$$

$$A = |0,25 + 0,5 - (-0,5 + 1)| + |-0,5 - 1 - (0,25 + 0,5)|$$

$$A = |0,25| + |-2,25|$$

A = 2,5