Integral Aufgabe 135

Berechnen Sie den Flächeninhalt A zwischen $f_{(x)} = (1/2) \tan x$ und $g_{(x)} = \sin x$ von $x = 0$ bis $x = \pi/3$.

Schnittpunkte:

$f_{(x)} = g_{(x)}$

$$\frac{1}{2} \tan x = \sin x \quad |*2$$

$\tan x = 2 * \sin x$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = 2 * \sin x \quad | *\cos x$$

$\sin x = 2 * \sin x * \cos x \quad | - \sin x$

$2 * \sin x * \cos x - \sin x = 0$

$\sin x(2 * \cos x - 1) = 0$

$\sin x = 0$

$x_1 = 0$ entspricht der Intervallgrenze

$x_2 = \pi$ außerhalb des Intervalls

$2 * \cos x - 1 = 0 \quad |+1$

$2 * \cos x = 1 \quad |:2$

$\cos x = 0,5$

$x_3 = \pi/3$ entspricht der Intervallgrenze

$x_4 = 5\pi/3$ außerhalb des Intervalls

$$f_{(x)} - g_{(x)} = \frac{1}{2}\tan x - \sin x = \frac{1}{2} * \frac{\sin x}{\cos x} - \sin x$$

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{2}\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x\right)dx$$

Mit $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln f_{(x)}$ und $f_{(x)}$ = cos x und $f'_{(x)}$ = - sin x gilt

$\int \frac{1}{2}\frac{\sin x}{\cos x}\, dx = -\ \frac{1}{2}\ln \cos x$

$$A = \left|-\frac{1}{2}\ln \cos x + \cos x\right|_{0}^{\pi/3} = |0{,}347 + 0{,}5 - (1)| = |0{,}15|$$

A = 0,15