

Integral Aufgabe 179

Berechnen Sie den Flächeninhalt A, der von $f(x) = 0,5x^2$, der x-Achse und der Tangente an $f(x)$ durch $P(3|4,5)$ begrenzt wird.

$$y_{\text{Tangente}} = m_{\text{Tangente}} \cdot x + b$$

$$f'(x) = x$$

$$f'(3) = 3 = m_{\text{Tangente}}$$

Punktkoordinaten von P eingesetzt:

$$4,5 = 3 \cdot 3 + b \quad | -9$$

$$b = -4,5$$

$$y_{\text{Tangente}} = 3x - 4,5$$

Nullstelle für y_{Tangente} :

$$3x - 4,5 = 0 \quad | +4,5$$

$$3x = 4,5 \quad | :3$$

$$x = 1,5$$

$$f(x) - y_{\text{Tangente}} = 0,5x^2 - (3x - 4,5) = 0,5x^2 - 3x + 4,5$$

$$A = \int_0^{1,5} (0,5x^2) dx + \int_{1,5}^3 (0,5x^2 - 3x + 4,5) dx$$

$$A = \left| \frac{0,5x^3}{3} \right|_0^{1,5} + \left| \frac{0,5x^3}{3} - 1,5x^2 + 4,5x \right|_{1,5}^3$$

$$\mathbf{A = |0,5625| - |4,5 - (3,9375)| = \mathbf{1,125}}$$

Alternativrechnung:

$$A = \int_0^3 (0,5x^2 - 3x + 4,5) dx - \text{Dreieck}$$

$$\mathbf{A = 4,5 - \frac{4,5 \cdot 1,5}{2} = \mathbf{1,125}}$$

