Integral Aufgabe 183

Berechnen Sie den Flächeninhalt A, der von $f_{(x)} = -(1/3)x^3 + 2x$ und der Normalen durch den Wendepunkt von $f_{(x)}$ begrenzt wird.

$y_{Normale} = m_{Normale} * x + b$

$f'_{(x)} = - x^2 + 2$

$f''_{(x)} = - 2x$

$-2x = 0 \ |:(-2)$

$x = 0$ --> Wendepunkt bei $(0|0)$

$f'_{(0)} = - 0^2 + 2 = 2 = m_{Tangente}$

$$m_{Normale} = \frac{-1}{m_{Tangente}} = \frac{-1}{2} = -0{,}5$$

Punktkoordinaten von P eingesetzt:

$0 = 0 * -0{,}5 + b$

$b = 0$

$y_{Normale} = -0{,}5x$

Schnittpunkt mit $f_{(x)}$:

$$-\frac{1}{3}x^3 + 2x = -0{,}5x \ |+\frac{1}{3}x^3 - 2x$$

$$\frac{1}{3}x^3 - 2{,}5x = 0 \ |*3$$

$x^3 - 7{,}5x = 0$

$x(x^2 - 7{,}5) = 0$

$x_1 = 0$

$x^2 - 7{,}5 = 0 \ |+7{,}5$

$x^2 = 7{,}5 \ |\sqrt{}$

$x_{2,3} = \pm \sqrt{7{,}5}$

$f_{(x)} = -\frac{1}{3}x^3 + 2x$ nur ungerade Exponenten, die Funktion ist punktsymmetrisch

$f_{(x)} - y_{Normale} = -\frac{1}{3}x^3 + 2x - (-0{,}5x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2{,}5x$

$A = 2 * \int_0^{\sqrt{7,5}} \left(-\frac{1}{3}x^3 + 2{,}5x\right) dx$

$A = 2 * \left| -\frac{x^4}{12} + 1{,}25x^2 \right|_0^{\sqrt{7,5}} = 2 * |4{,}6875|$

A = 9,375