Integral Aufgabe 193

Berechnen Sie den Flächeninhalt A, der von $f_{(x)} = x^4 - 2x^2 + 4$ und der Tangente im Hochpunkt von $f_{(x)}$ begrenzt wird.

f(x) hat nur gerade Exponenten --> achsensymmetrisch

Hochpunkt von $f_{(x)}$:

$f'_{(x)} = x^3 - 4x$

$x^3 - 4x = 0$

$x(x^2 - 4) = 0$

$x_1 = 0$

$x^2 - 4 = 0 \quad |+4$

$x^2 = 4 \quad |\sqrt{}$

$x_{2,3} = \pm 2$

$f''_{(x)} = 3x^2 - 4$

$f''_{(0)} = -4 < 0$ --> Maximum

$f''_{(2)} = 12 - 4 = 8 > 0$ --> Minimum

Schnittpunkt Tangente und $f_{(x)}$:

$y_{Tangente} = 4$

$$\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 4 = 4 \quad |-4$$

$$\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 = 0 \quad |*4$$

$x^4 - 8x^2 = 0$

$x^2(x2 - 8) = 0$

$x^2 = 0 \quad |\sqrt{}$

$x_{1,2} = 0$ doppelte Nullstelle, Berührpunkt

$x^2 - 8 = 0 \quad |+8$

$x^2 = 8 \quad |\sqrt{}$

$x_{3,4} = \pm \sqrt{8}$

$$f_{(x)} - y_{Tangente} = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 4 - 4 = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$$

$$A = \int_{-\sqrt{8}}^{\sqrt{8}} \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^2\right)dx = \left|\frac{x^5}{20} - \frac{2x^3}{3}\right|_{-\sqrt{8}}^{\sqrt{8}}$$

A = $|- 6{,}03 - (6{,}03)| =$ **12,06**