Integral Aufgabe 195

Berechnen Sie den Flächeninhalt A, der von $f_{(x)} = -0{,}5x^3 + 2x$ und der Normalen durch den Wendepunkt von $f_{(x)}$ begrenzt wird.

$y_{Normale} = m_{Normale} * x + b$

$f'_{(x)} = -1{,}5x^2 + 2$

$f''_{(x)} = -3x$

$-3x = 0 \mid :(-3)$

$x = 0$ --> Wendepunkt P bei (0|0)

$f'_{(0)} = -1{,}5 * 0^2 + 2 = 2 = m_{Tangente}$

$$m_{Normale} = \frac{-1}{m_{Tangente}} = \frac{-1}{2} = -0{,}5$$

Punktkoordinaten von P eingesetzt:

$0 = 0 * -1 + b$

$b = 0$

$y_{Normale} = -0{,}5x$

Schnittpunkt mit $f_{(x)}$:

$-0{,}5x^3 + 2x = -0{,}5x \mid +0{,}5x^3 - 2x$

$0{,}5x^3 - 2{,}5x = 0$

$0{,}5x(x^2 - 5) = 0$

$0{,}5x = 0 \mid :0{,}5$

$x_1 = 0$

$x^2 - 5 = 0 \mid +5$

$x^2 = 5 \mid \sqrt{}$

$x_{2,3} = \pm \sqrt{5}$

$f_{(x)} = -0{,}5x^3 + 2x$ nur ungerade Exponenten, die Funktion ist punktsymmetrisch

$f_{(x)} - y_{Normale} = - 0{,}5x^3 + 2x - (-0{,}5x) = - 0{,}5x^3 + 2{,}5x$

$A = 2 * \int_0^{\sqrt{5}}(- 0{,}5x^3 + 2{,}5x)dx$

$$A = 2 * \left| - \frac{0{,}5x^4}{4} + 1{,}25x^2 \right|_0^{\sqrt{5}} = 2 * |3{,}125|$$

A = 6,25