Integral Aufgabe 201

Berechnen Sie den Flächeninhalt A, der von $f_{(x)} = (x - 2)^4$, der x-Achse und der Tangente von P(0|16) aus an $f_{(x)}$ begrenzt wird.

Nullstellen von $f_{(x)}$:

$(x - 2)^4 = 0 \;|\sqrt[4]{}$

$x - 2 = 0 \;|+2$

$x_{1,2,3,4} = 2$

$y_{Tangente} = m_{Tangente} * x + b$

$f'_{(x)} = 4 * (x - 2)^3$

$f'_{(0)} = - 32$

Punktkoordinaten von P eingesetzt:

$16 = - 32 * 0 + b$

$b = 16$

$y_{Tangente} = - 32x + 16$

$f_{(x)} - y_{Tangente} = (x - 2)^4 - (-32x + 16)$

Nullstelle von $y_{Tangente}$:

$- 32x + 16 = 0 \;| -16$

$-32x = - 16 \;| :(-32)$

$x = 0{,}5$

$A = \int_0^{0,5} \left((x - 2)^4 + 32x - 16\right) dx + \int_{0,5}^{2} (x - 2)^4 dx$

Integration durch Substitution für $(x - 2)^4$:

$x - 2 = u,\; u' = 1 \;\text{-->}\; \frac{du}{dx} = 1 \;|*dx$

$du = dx$

$$\int u^4 du = \frac{u^5}{5}$$

$$A = \left|\frac{(x-2)^5}{5} + 16x^2 - 16x\right|_0^{0,5} + \left|\frac{(x-2)^5}{5}\right|_{0,5}^{2}$$

$$A = |-5,52 - (-6,4)| + |1,52|$$

A = 2,4