Integral Aufgabe 203

Berechnen Sie den Flächeninhalt A, der von $f_{(x)} = -0{,}25x^3 + 2$, der x-Achse und der Normalen durch P(-2|4) auf $f_{(x)}$ begrenzt wird.

Nullstellen von $f_{(x)}$:

$-0{,}25x^3 + 2 = 0 \quad |+0{,}25x^2$

$0{,}25x^3 = 2 \quad | :0{,}25$

$x^3 = 8 \quad |\sqrt[3]{}$

$x = 2$

$y_{Normale} = m_{Normale} * x + b$

$f'_{(x)} = -0{,}75x^2$

$f'_{(-2)} = -0{,}75 * 4 = -3 = m_{Tangente}$

$$m_{Normale} = -\frac{1}{m_{Tangente}} = -\frac{1}{-3} = \frac{1}{3}$$

Punktkoordinaten von P eingesetzt:

$$4 = -2 * \frac{1}{3} + b \quad |+\frac{2}{3}$$

$$b = \frac{14}{3}$$

$$y_{Normale} = \frac{1}{3}x + \frac{14}{3}$$

Nullstelle von $y_{Normale}$:

$$\frac{1}{3}x + \frac{14}{3} = 0 \quad |*3$$

$x + 14 = 0 \quad |-14$

$x = -14$

$$A = \int_{-2}^{2}(-0,25x^3 + 2)dx + \int_{-14}^{-2}\left(\frac{1}{3}x + \frac{14}{3}\right)dx$$

$$A = \left|-\frac{0,25x^4}{4} + 2x\right|_{-2}^{2} + \left|\frac{x^2}{6} + \frac{14}{3}x\right|_{-14}^{-2}$$

$$A = |3 - (-5)| + |-8,67 - (-32,67|$$

$A = 32$