Integral Aufgabe 223

Wie lautet die Gleichung $f_{(x)}$ einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, die durch (0|0) geht, in $(2|f_{(2)})$ einen Wendepunkt, im Punkt $(1|f_{(1)})$ die Steigung 0 hat und mit der x-Achse einen Flächeninhalt von 9 einschließt?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$f_{(x)} = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$f'_{(x)} = 3ax^2 + 2bx + c$

$f''_{(x)} = 6ax + 2b$

Geht durch (0|0):

$f_{(0)} = 0 \text{ --> } d = 0$

Wendepunkt:

$f''_{(2)} = 0 \text{ --> } 12a + 2b = 0 \quad (1)$

Hat die Steigung 0 im Punkt $(1|f_{(1)})$:

$f'_{(1)} = 0$

$3a + 2b + c = 0 \quad (2)$

(1) + (2) * (-1)

$12a + 2b = 0$
$- 3a - 2b - c = 0$

$9a - c = 0 \;|+c$

$c = 9a$

In (2) eingesetzt:

$3a + 2b + 9a = 0$

$2b + 12a = 0 -12a$

$2b = - 12a \;|:2$

$b = - 6a$

$f_{(x)} = ax^3 - 6ax^2 + 9ax$

Nullstellen:

$ax^3 - 6ax^2 + 9ax = 0$

$ax(x^2 - 6x + 9) = 0$

$ax = 0 \ |:a \qquad a \neq 0$

$x_1 = 0$

$x^2 - 6x + 9 = 0$

2. Binom:

$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)(x - 3)$

$x_{2,3} = 3$ doppelte Nullstelle, Berührpunkt

$$A = \int_0^3 (ax^3 - 6ax^2 + 9ax)dx = \left|\frac{ax^4}{4} - 2ax^3 + 4{,}5x^2\right|_0^3 = 9$$

$|a * 6{,}75| = 9$

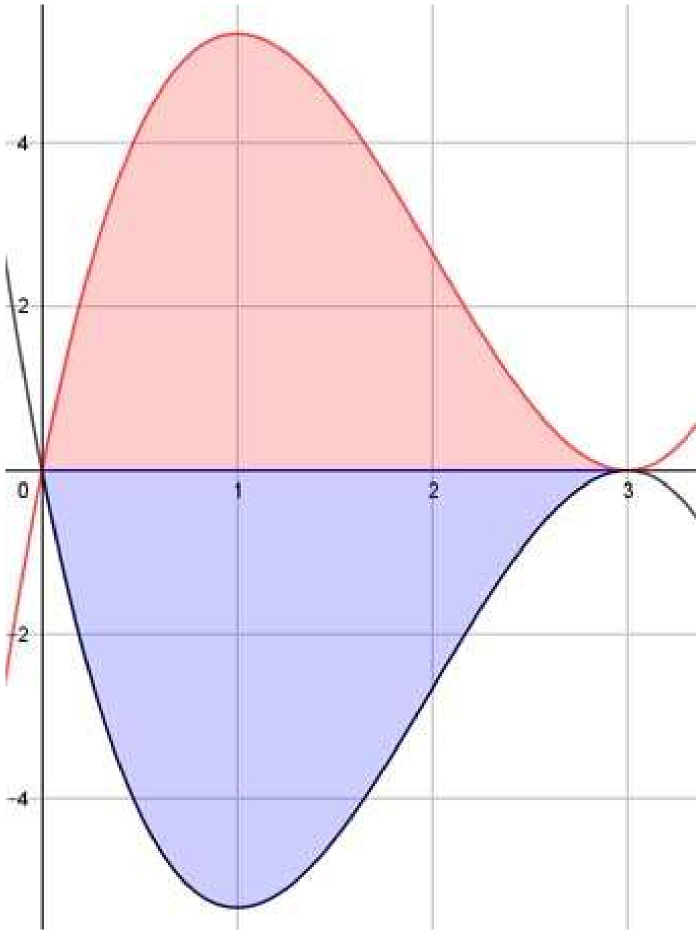
$|a| * 6{,}75 = 9 \ |:6{,}75$

$|a| = \frac{4}{3} \text{ --> } a = \pm \frac{4}{3}$

$c = 9a = 9 * \pm \frac{4}{3} = \pm 12$

$b = - 6a = - 6 * \pm \frac{4}{3} = \pm (- 8)$

$f_{(x)} = \pm \frac{4}{3} (x^3 - 8x^2 + 12x)$


4
2
0
-2
-4
1
2
3