Integral Aufgabe 225

Berechnen Sie den Flächeninhalt A, der von $f_{(x)} = 0{,}25x^3 - 2x^2 + 0{,}25ax$ und der x-Achse begrenzt wird. Bestimmen Sie dabei a so, dass $f_{(x)}$ die x-Achse berührt.

Berührpunkt bedeutet: doppelte Nullstelle.

Nullstellen:

$0{,}25x^3 - 2x^2 + 0{,}25ax = 0$

$0{,}25x(x^2 - 8x + a) = 0$

$0{,}25x = 0 \quad ||:0{,}25$

$x_1 = 0$

$x^2 - 8x + a = 0$

p, q - Formel:

$p = -8,\ q = a$

$$x_{2,3} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-8}{2}\right)^2 - a}$$

$x_{2,3} = 4 \pm \sqrt{16 - a}$

Eine doppelte Nullstelle bei $x = 4$ liegt dann vor, wenn der Ausdruck unter

der Wurzel (Radikand) = 0 ist. Dies ist dann der Fall, wenn $a = 16$ ist.

$f1_{(x)} = 0{,}25x^3 - 2x^2 + 0{,}25 * 16\ x$

$f1_{(x)} = 0{,}25x^3 - 2x^2 + 4x$

Eine doppelte Nullstelle bei $x = 0$ liegt dann vor, wenn $\sqrt{16 - a} = 4$ ist. Dies ist dann der Fall, wenn $a = 0$ ist. Dann entstehen die Nullstellen $x_2 = 0$ und $x_3 = 8$.

$f2_{(x)} = 0{,}25x^3 - 2x^2$

$$A_1 = \int_0^4 (0{,}25x^3 - 2x^2 + 4x)dx = \left| \frac{0{,}25x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + 2x^2 \right|_0^4$$

A_1 = 5,33

$$A_2 = \int_0^8 (0,25x^3 - 2x^2)dx = \left| \frac{0,25x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} \right|_3^8$$

A_2 = |- 85,33| = **85,33**