

Integral Aufgabe 243

Berechnen Sie den Flächeninhalt A, der von $f(x) = (x^2 - 2x)e^x$ und der x-Achse begrenzt wird.

Nullstellen:

$$(x^2 - 2x) \cdot e^x = 0$$

$$e^x \cdot x(x - 2) = 0$$

$$e^x \cdot x = 0 \quad | :e^x$$

$$x_1 = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad | +2$$

$$x_2 = 2$$

$$A = \int_0^2 ((x^2 - 2x)e^x) dx$$

Integration durch Substitution:

$$u = x^2 - 2x, \quad u' = 2x - 2, \quad u'' = 2$$

$$v = e^x, \quad v' = e^x$$

$$\int ((x^2 - 2x)e^x) dx = (x^2 - 2x)e^x - \int ((2x - 2)e^x) dx$$

$$\int ((x^2 - 2x)e^x) dx = (x^2 - 2x)e^x - [(2x - 2)e^x - \int 2e^x dx]$$

$$\int ((x^2 - 2x)e^x) dx = (x^2 - 2x)e^x - [(2x - 2)e^x - 2e^x]$$

$$\int ((x^2 - 2x)e^x) dx = e^x[(x^2 - 2x - 2x + 2 + 2)]$$

$$\int ((x^2 - 2x)e^x) dx = e^x[(x^2 - 4x + 4)]$$

$$A = \int_0^2 ((x^2 - 2x)e^x) dx = |e^x(x^2 - 4x + 4)|_0^2$$

$$\mathbf{A = |e^2 \cdot 0 - 4| = 4}$$

