Integral Aufgabe 253

Aus der Fläche, die von $f_{(x)} = x^2 - (1/6)x^3$ und der x-Achse begrenzt wird, soll ein Streifen parallel zur y-Achse mit einem Flächeninhalt von 26/3 ausgeschnitten werden. Wie groß ist die obere Intervallgrenze b, wenn die untere gleich 2 ist?

Nullstellen:

$$x^2 - \frac{1}{6}x^3 = 0 \quad |*6$$

$$6x^2 - x^3 = 0$$

$$x^2(6 - x) = 0$$

$$x^2 = 0$$

$x_{1,2} = 0$ --> Berührpunkt

$$6 - x = 0 \quad |+x$$

$$x_3 = 6$$

Flächeninhalt Streifen:

$$A = \int_2^b \left(x^2 - \frac{x^3}{6}\right)dx = \left|\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{24}\right|_2^b$$

$$A_{(b)} = \left|\frac{b^3}{3} - \frac{b^4}{24} - \left(\frac{8}{3} - \frac{16}{24}\right)\right|$$

Der Streifen liegt oberhalb der x-Achse:

$$\frac{8b^3 - b^4 - 64 + 16}{24} = \frac{26}{3} \quad |*24$$

$$8b^3 - b^4 - 48 = 208 \quad |-208$$

$$-b^4 + 8b^3 - 256 = 0 \quad |*(-1)$$

$$b^4 - 8b^3 + 256 = 0$$

Durch Probieren ermittelt $\mathbf{b_1 = 4}$

Polynomdivision:

$b^4 - 8b^3 + 256 : (b - 4) = b^3 - 4b^2 - 16b - 64$
$-(b^4 - 4b^3)$

$-4b^3 + 256$
$-(4b^3 + 16b^2)$

$-16b^2 + 256$
$-(-16b^2 + 64b)$

$-64b + 256$
$-(-64b + 256)$

0

Wertetabelle:

x	0	1	2	3	4
y	-64	-84	-104	-121	-128

--> keine weiteren Nullstellen zwischen $x = 0$ und $x = 4$