Integral Aufgabe 255

Wie lautet die Funktionsgleichung der Geraden y = mx + b, die durch den Punkt (2|4) geht, die y-Achse im Punkt B, die x-Achse im Punkt A schneidet und ein Dreieck AB0 mit minimalem Flächeninhalt A begrenzt?

Punktkoordinaten eingesetzt:

$4 = 2m + b \quad |-2m$

$b = 4 - 2m$

$y = mx + 4 - 2m$

Nullstellen:

$mx + 4 - 2m = 0 \quad |+2m - 4$

$mx = 2m - 4 \quad |:m$

$$x = 2 - \frac{4}{m} \qquad m \neq 0$$

$$A = \int_0^{2-\frac{4}{m}} (mx + 4 - 2m)\,dx = \left|\frac{mx^2}{2} + 4x - 2mx\right|_0^{2 - 4/m}$$

$$A_{(m)} = \left|\frac{m \cdot (2 - \frac{4}{m})^2}{2} + 4 \cdot (2 - \frac{4}{m}) - 2m \cdot (2 - \frac{4}{m})\right.$$

$$A_{(m)} = \frac{m \cdot (4 - \frac{16}{m} + \frac{16}{m^2})}{2} + 8 - \frac{16}{m} - 4m + 8$$

$$A_{(m)} = 2m - 8 + \frac{8}{m} + 16 - \frac{16}{m} - 4m$$

$$A_{(m)} = -2m - \frac{8}{m} + 8$$

$$A'_{(m)} = -2 + \frac{8}{m^2}$$

$$A''_{(m)} = -\frac{16}{m^3}$$

$$-2 + \frac{8}{m^2} = 0 \ |*m^2$$

$$-2m^2 + 8 = 0 \ |+2m^2$$

$$2m^2 = 8 \ |:2$$

$$m^2 = 4 \ |\sqrt{}$$

$$m_{1,2} = \pm 2$$

$$A''_{(2)} = -\frac{16}{8} < 0 \text{ --> Maximum}$$

$$A''_{(-2)} = -\frac{16}{-8} > 0 \text{ --> Minimum}$$

$$b = 4 - 2 * (-2) = 8$$

$y = -2x + 8$