Integral Aufgabe 257

Berechnen Sie den Flächeninhalt A für $f_{(x)} = ax + b/x^2 + c$ von -4 bis -1, wenn $f_{(x)}$ durch ((2|0) geht und in (-1|0) die Steigung 2,25 hat.

$$f'_{(x)} = a - \frac{2b}{x^3} \qquad x \neq 0$$

Wenn $f_{(x)}$ durch (2|0) geht:

$f_{(1)} = 0$

$$0 = 2a + \frac{b}{4} + c \qquad (1)$$

In (-1|0) die Steigung 2,25 hat.

$f_{(-1)} = 0$

$$0 = -a + b + c \qquad (2)$$

$f'_{(-1)} = 2,25$

$$a + 2b = 2,25 \qquad (3)$$

(1) + (2) * (-1)

$$2a + \frac{b}{4} + c = 0$$
$$a \quad - b \quad - c \quad = 0$$

$$3a - 0,75b = 0 \qquad (4)$$

(3) * (-3) + (4)

$$- 3a - 6b = - 6,75$$
$$3a - 0,75b = 0$$

$$-6,75b = - 6,75 \quad |:(-6,75$$

$$b = 1$$

In (4) eingesetzt:

$$3a - 0,75 = 0 \quad |+0,75$$

$3a = 0{,}75 \mid :3$

$a = 0{,}25$

In (2) eingesetzt:

$-0{,}25 + 1 + c = 0 \mid -0{,}75$

$c = -0{,}75$

$$f_{(x)} = 0{,}25x + \frac{1}{x^2} - 0{,}75$$

Nullstellen:

$$0{,}25x + \frac{1}{x^2} - 0{,}75 = 0 \mid \cdot x^2$$

$0{,}25x^3 + 1 - 0{,}75x^2 = 0$

$0{,}25x^3 - 0{,}75x^2 + 1 = 0$ x = -1 ist Nullstelle wegen (-1|0)

Polynomdivision:

```
   0,25x³ - 0,75x² + 1 : (x + 1) = 0,25x² - x + 1
-(0,25x³ + 0,25x²)
----------------------
                -x² + 1
              -(-x² - x)
              -----------
                      x + 1
                    -(x + 1)
                    ---------
                          0
```

$0{,}25x^2 - x + 1 = 0 \mid :0{,}25$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

2. Binom:

$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

$(x - 2)^2 = 0$

$x_{2,3} = 2$ doppelte Nullstelle --> Berührpunkt, keine weiteren Nullstellen im Intervall (-4;-1)

$$A = \int_{4-}^{-1} \left(0{,}25x + \frac{1}{x^2} - 0{,}75\right) dx = \left| \frac{0{,}25x^2}{2} - \frac{1}{x} - 0{,}75x \right|_{-4}^{-1}$$

A = $|1{,}875 - (5{,}25)|$ = **3,375**