Integral Aufgabe 261

Berechnen Sie die Flächeninhalte A_1 und A_2, die von $f_{(x)} = e^{2x} - x - 2$ und von x = -2 bis x = -1 bzw. von x = 0 bis x = 1 begrenzt werden.

Nullstellen mit dem Newtonverfahren:

$f'_{(x)} = 2e^{2x} - 1$

Wertetabelle zwischen -2 und -1:

x	-2	-1,8	-1,6	-1,4	-1
y	0,0183	-0,173	-0,359	-0,539	- 0,865

Vorzeichenwechsel zwischen -2 und -1,8, gewählt $x_0 = -2$.

$$x_1 = x_0 - \frac{f_{(x)}}{f'_{(x)}}$$

$$x_1 = -2 - \frac{0,0183}{-0,9634} = -1,981$$

$$A_1 = \int_{-2}^{-1,981}(e^{2x} - x - 2)dx + \int_{-1,981}^{-1}(e^{2x} - x - 2)dx$$

Mit $\int e^{ax}dx = \left|\frac{e^{ax}}{a}\right|$ Standardintegral

$$A_1 = \left|\frac{e^{2x}}{2} - \frac{x^2}{2} - 2x\right|_{-2}^{-1,981} + \left|\frac{e^{2x}}{2} - \frac{x^2}{2} - 2x\right|_{-1,981}^{-1}$$

$$A_1 = |2,00933 - (2,00916| + |1,5677- (2,00933)|$$

$A_1 = 0,4425$

Wertetabelle zwischen 0 und 1:

x	0	0,2	0,4	0,6	1
y	-1	-0,708	-0,1745	0,72	4,389

Vorzeichenwechsel zwischen 0,4 und 0,6, gewählt $x_0 = 0,45$.

$$x_1 = x_0 - \frac{f_{(x)}}{f'_{(x)}}$$

$$x_1 = 0,45 - \frac{0,0096}{3,919} = 0,448$$

$$A_2 = \int_0^{0,448}(e^{2x} - x - 2)dx + \int_{0,448}^{1}(e^{2x} - x - 2)dx$$

$$A_2 = \left|\frac{e^{2x}}{2} - \frac{x^2}{2} - 2x\right|_0^{0,448} + \left|\frac{e^{2x}}{2} - \frac{x^2}{2} - 2x\right|_{0,448}^{1}$$

$$A_2 = |0,2285 - 0,5| + |1,1945 - (0,2285)|$$

$A_2 = 1,2375$