

Integral Aufgabe 263

Berechnen Sie den Flächeninhalt A, der von $f(x) = \ln x - x^2 + 5$ und von $x = 2$ bis $x = 3$ begrenzt wird.

Nullstellen mit dem Newtonverfahren:

$$f'(x) = \frac{1}{x} - 2x$$

Wertetabelle zwischen 2 und 3:

x	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3
y	1,69	0,95	0,115	-0,139	-0,8	-2,9

Vorzeichenwechsel zwischen 2,4 und 2,6, gewählt $x_0 = 2,5$.

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

$$x_1 = 2,5 - \frac{-0,334}{-4,6} = 2,427$$

$$A = \int_2^{2,427} (\ln x - x^2 + 5) dx + \int_{2,427}^3 (\ln x - x^2 + 5) dx$$

Partielle Integration für $\int \ln x \, dx$

$$u = \ln x, u' = \frac{1}{x}, v' = 1, v = x$$

$$\int \ln x \, dx = \ln x * x - \int \frac{1}{x} * x \, dx = \ln x * x - x$$

$$A = \left| \ln x * x - x - \frac{x^3}{3} + 5x \right|_2^{2,427} + \left| \ln x * x - x - \frac{x^3}{3} + 5x \right|_{2,427}^3$$

$$A = |7,095 - 6,72| + |6,296 - 7,095|$$

$$\mathbf{A = 1,174}$$

