

Integral Aufgabe 51

Berechnen Sie den Flächeninhalt A, der von $f(x) = |x^2 - 1|$, der x-Achse und von $x = -2$ bis $x = 2$ begrenzt wird.

$$|x^2 - 1| = x^2 - 1 \text{ für } x^2 - 1 > 0$$

$$x^2 - 1 > 0 \mid +1$$

$$x^2 > 1 \mid \vee$$

$$x_1 > 1 \text{ oder } x_2 < -1$$

$$|x^2 - 1| = -(x^2 - 1) \text{ für } x^2 - 1 < 0$$

$$x^2 - 1 < 0 \mid +1$$

$$x^2 < 1 \mid \vee$$

$$-1 < x_1 < 1$$

Nullstellen:

$$f(x) = |x^2 - 1|$$

$$x^2 - 1 = 0 \mid +1$$

$$x^2 = 1 \mid \vee$$

$$x_{1,2} = \pm 1$$

$$f(-x) = |(-x)^2 - 1| = |x^2 - 1| = f(x)$$

$f(x) = f(-x) \rightarrow f(x)$ ist achsensymmetrisch

$$A = 2 * (\int_0^1 (-x^2 + 1) dx + \int_1^2 (x^2 - 1) dx) =$$

$$= 2 * \left(\left| -\frac{x^3}{3} + x \right|_0^1 + \left| \frac{x^3}{3} - x \right|_1^2 \right) = 2 * \left[\left(-\frac{1}{3} + 1 \right) + \left(\frac{8}{3} - 2 \right) \right]$$

A = 4

