Integral Aufgabe 59

Berechnen Sie den Flächeninhalt A zwischen dem Graphen von $f_{(x)}$ und der x-Achse.

$f_{(x)} = x^4 - 5x^2 + 4$

$f_{(x)}$ hat nur gerade Exponenten --> $f_{(x)}$ ist achsensymmetrisch

Nullstellen:

Substitution $x^2 = z$

$z^2 - 5z + 4 = 0$

p, q - Formel:

$p = -5, q = 4$

$$z_{1,2} = -\frac{-5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-5}{2}\right)^2 - 4}$$

$z_{1,2} = 2{,}5 \pm 1{,}5$

$z_1 = 4$

$z_2 = 1$

Rücksubstituiert:

$x^2 = 4 \;|\sqrt{\ }$

$x_{1,2} = \pm 2$

$x^2 = 1 \;|\sqrt{\ }$

$x_{3,4} = \pm 1$

Wegen Achsensymmetrie:

$$A = 2 * \left(\int_0^1 (x^4 - 5x^2 + 4)dx + \int_1^2 (x^4 - 5x^2 + 4)dx\right)$$

$$A = 2 * \left(\left|\frac{x^5}{5} - \frac{5x^3}{3} + 4x\right|_0^1 + \left|\frac{x^5}{5} - \frac{5x^3}{3} + 4x\right|_1^2\right)$$

$$A = |\frac{1}{5} - \frac{5}{3} + 4 - 0| + | = |\frac{32}{5} - \frac{40}{3} + 8 - (\frac{1}{5} - \frac{5}{3} + 4|$$

$$A = 2 * (|\frac{38}{15} | + |\frac{16}{15} - \frac{38}{15}|)$$

A = 8