

Integral Aufgabe 91

Berechnen Sie den Flächeninhalt A zwischen dem Graphen von $f(x)$ und der x-Achse.

$$f(x) = \frac{1}{48}x^4 - x^2 + 9$$

$f(x)$ hat nur gerade Exponenten --> $f(x)$ ist achsensymmetrisch

Nullstellen:

$$\frac{1}{48}x^4 - x^2 + 9 = 0 \mid *48$$

$$x^4 - 48x^2 + 432 = 0$$

Substitution:

$$x^2 = u$$

$$u^2 - 48u + 432 = 0$$

Linearfaktoren:

$$u^2 - 48u + 36 = (u - 4)(u - 9)$$

p, q - Formel:

$$p = -48, q = 432$$

$$u_{1,2} = -\frac{-48}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-48}{2}\right)^2 - 432}$$

$$u_{1,2} = 24 \pm 12$$

$$u_1 = 36$$

$$u_2 = 12$$

Rücksubstitution:

$$x^2 = 36 \mid \sqrt{}$$

$$x_{1,2} = \pm 6$$

$$x^2 = 12 \mid v$$

$$x_{3,4} = \pm \sqrt{12}$$

$$A = 2 * [\int_0^{\sqrt{12}} \left(\frac{1}{48}x^4 - x^2 + 9 \right) dx + \int_{\sqrt{12}}^6 \left(\frac{1}{48}x^4 - x^2 + 9 \right) dx]$$

$$A = 2 * \left[\left| \frac{x^5}{240} - \frac{x^3}{3} + 9x \right|_0^{\sqrt{12}} + \left| \frac{x^5}{240} - \frac{x^3}{3} + 9x \right|_6^{\sqrt{12}} \right]$$

$$\begin{aligned} A &= 2 * [|2,08 - 13,86 + 31,18 - 0| + \\ &+ |32,4 - 72 + 54 - (2,08 - 13,86 + 31,18)|] \end{aligned}$$

$$A = 2 * [|19,4| + |-5|]$$

A = 48,8

