# Kurven Aufgabe 101

Ein Hersteller hat neben einer Preisabsatzfunktion
$p_{(x)} = -80{,}625x + 7256{,}25$ eine Kostenfunktion
$K_{(x)} = 0{,}5x^3 - 45x^2 + 1450x + 54\,000$.
a) Wie hoch sind sein maximaler Gewinn und die Koordinaten des Cournotschen Punktes?
b) Wo liegt seine Gewinnzone?
c) Berechnen Sie sein Betriebsminimum B und seine kurzfristige Preisuntergrenze.

a)

$E_{(x)} = p_{(x)} * x = (-80{,}625x + 7256{,}25) * x = -80{,}625x^2 + 7256{,}25x$

$G_{(x)} = -80{,}625x^2 + 7256{,}25x - (0{,}5x^3 - 45x^2 + 1450x + 54\,000)$

$G_{(x)} = -0{,}5x^3 - 35{,}625x^2 + 5806{,}25x - 54\,000$

$G'_{(x)} = -1{,}5x^2 - 71{,}25x + 5806{,}25$

$G''_{(x)} = -3x - 71{,}25 < 0$ für alle $x > 0$ --> Hochpunkt

$-1{,}5x^2 - 71{,}25x + 5806{,}25 = 0$

A, B, C - Formel:

$A = -1{,}5,\ B = -71{,}25,\ C = 5806{,}25$

$$x_{1,2} = \frac{-(-71{,}25) \pm \sqrt{(-71{,}25)^2 - 4*(-1{,}5)*5806{,}25}}{2*(-1{,}5)} = \frac{71{,}25 \pm \sqrt{39914}}{-3}$$

$$x_{1,2} = \frac{71{,}25 \pm 199{,}8}{-3}$$

$x_1 = 42{,}85$ ME

$G_{(42,85)} = -0{,}5 * 42{,}85^3 - 35{,}625 * 42{,}85^2 + 5806{,}25 * 42{,}85 - 54\,000 =$

$G_{(42,85)} = 90\,047$ GE, $p_{(42,85)} = -80{,}625 * 42{,}85 + 7256{,}25 = 3\,802$ GE/ME

$x_2 = -90{,}35$ keine Lösung

**Der maximale Gewinn beträgt 90 047 GE.**

**Die Koordinaten des Cournotschen Punktes sind (42,85|3 802)**

b)

$- 0,5x^3 - 35,625x^2 + 5806,25x - 54\,000 = 0$

Durch Probieren gefunden $x_1 = 10$

Hornerschema:

$$\begin{array}{l|cccc} & -0,5 & -35,625 & 5806,25 & -54\,000 \\ x_1 = 10 & & -5 & -406,25 & 54\,000 \\ \hline & -0,5 & -40,625 & 5\,400 & 0 \end{array}$$

Polynomdivision:

$$\begin{array}{l} \quad -0,5x^3 - 35,625x^2 + 5806,25x - 54\,000 : (x - 10) = -0,5x^2 - 40,625x + 5\,400 \\ -(-0,5x^3 + 5x^2) \\ \hline \qquad -40,625x^2 + 5806,25x - 54\,000 \\ \quad -(-40,625x^2 + 406,25x) \\ \hline \qquad\qquad 5\,400x - 54\,000 \\ \qquad\quad -(5\,400x - 54\,000) \\ \hline \qquad\qquad\qquad 0 \end{array}$$

$- 0,5x^2 - 40,625x + 5\,400 = 0 \mid :(-0,5)$

$x^2 + 81,25x - 10\,800 = 0$

p, q - Formel:

$p = 81,25,\ q = - 10\,800$

$$x_{2,3} = \frac{-81,25}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{81,25}{2}\right)^2 - (-10\,800)}$$

$$x_{2,3} = - 40,625 \pm \sqrt{12\,450,4}$$

$$x_{2,3} = - 40,625 \pm 111,6$$

$x_2 = 71$ ME = Gewinngrenze, $x_1 = 10$ ME = Gewinnschwelle

**Die Gewinnzone liegt zwischen 10 und 71 ME.**

c)

$$k_{v(x)} = \frac{K_{v(x)}}{x} = \frac{0,5x^3 - 45x^2 + 1\,450x}{x} = 0,5x^2 - 45x + 1\,450$$

$k'_{v(x)} = x - 45$

$k''_{v(x)} = 1 > 0$ --> Tiefpunkt

$x - 45 = 0 \mid +45$

**x = 45 ME = Betriebsminmum**

**$p_{(45)}$ =** - 80,625 * 45 + 7 256,25 = **3 628 GE/ME = kurzfristige**

**Preisuntergrenze**