Kurven Aufgabe 111

$$\mathbf{f_{(x)} = \frac{x + 1}{x^2}}$$

Quotientenregel erste Ableitung:

$u = x + 1,\ u' = 1$

$v = x^2,\ v' = 2x$

$$f'_{(x)} = \frac{1 * x^2 - 2x * (x + 1)}{x^4} = \frac{x^2 - 2x^2 - 2x}{x^4} = - \frac{x^2 + 2x}{x^4} =$$

$$= - \frac{x * (x + 2)}{x^4} = - \frac{x + 2}{x^3}$$

Quotientenregel zweite Ableitung:

$u = - (x + 2),\ u' = - 1$

$v = x^3,\ v' = 3x^2$

$$f''_{(x)} = \frac{- 1 * x^3 - 3x^2 * - (x + 2)}{x^6} = \frac{- x^3 + 3x^3 + 6x^2}{x^6} = \frac{2x^3 + 6x^2}{x^6} =$$

$$f''_{(x)} = \frac{x^2 * (2x + 6)}{x^6} = \frac{2x + 6}{x^4}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''_{(x)} \neq 0$: (Begründung siehe Aufgabe 105)

$u = 2x + 6,\ u' = 2$

$$f'''_{(x)} = \frac{u'}{v} = \frac{2}{x^4} \neq 0 \text{ für alle } x \neq 0$$

Definitionsbereich: **$- \infty < x < \infty,\ x \neq 0$**

Wertebereich: **$- \infty < f_{(x)} < \infty,\ f_{(x)} \neq 0$**

Asymptoten:

$x^2 = 0 \quad |\sqrt{\ }$

$x_{1,2} = 0$

$$f_{(x)} = (x + 1) : x^2 = \mathbf{0} + \frac{x + 1}{x^2}$$

Symmetrie: -

Nullstellen:

$x + 1 = 0 \mid - 1$

$x = - 1$ **N(1|0)**

Extrempunkte:

$- (x + 2) = 0$

$- x - 2 = 0 \mid +x$

$$x = - 2;\ f_{(-2)} = \frac{- 2 + 1}{(-2)^2} = - 0{,}25$$

$$f''_{(-2)} = \frac{2 * ((-2) + 3)}{(- 2)^4} > 0 \text{ --> } \textbf{Tiefpunkt (- 2|- 0,25)}$$

Wendepunkte:

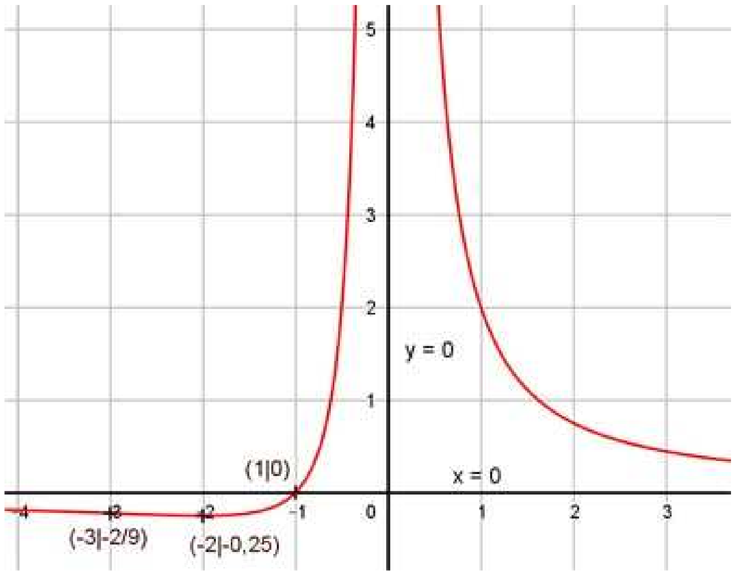
$2 * (x + 3) = 0 \mid :2$

$x + 3 = 0 \mid -3$

$$x = - 3;\ f_{(-3)} = \frac{- 3 + 1}{(-3)^2} = \frac{2}{9};\ f'''_{(-3)} \neq 0$$

Wendepunkt (- 3| - 2/9)

Graph:



y = 0
x = 0
(1|0)
(-3|-2/9)
(-2|-0,25)