Kurven Aufgabe 113

$$\mathbf{f_{(x)} = \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 2}}$$

Quotientenregel erste Ableitung:

$u = x^2 + 3x - 4$, $u' = 2x + 3$

$v = x - 2$, $v' = 1$

$$f'_{(x)} = \frac{(2x + 3) * (x - 2) - 1 + (x^2 + 3x - 4)}{(x - 2)^2}$$

$$f'_{(x)} = \frac{2x^2 - x - 6 - x^2 - 3x + 4}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 2}{(x - 2)^2}$$

Quotientenregel zweite Ableitung:

$u = x^2 - 4x - 2$, $u' = 2x - 4$

$v = (x - 2)^2$

Kettenregel:

$v' = 2 * (x - 2)$

$$f''_{(x)} = \frac{(2x - 4) * (x - 2)^2 - 2 * (x - 2) * (x^2 - 4x - 2)}{(x - 2)^4}$$

$$f''_{(x)} = \frac{(x - 2) * [(2x - 4)(x - 2) - 2 * (x^2 - 4x - 2)}{(x - 2)^4}$$

$$f''_{(x)} = \frac{2x^2 - 8x + 8 - 2x^2 + 8x + 4}{(x - 2)^3} = \frac{12}{(x - 2)^3}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''_{(x)} \neq 0$: (Begründung siehe Aufgabe 105)

$u = 12$, $u' = 0$

$$f'''_{(x)} = \frac{u'}{v} = \frac{0}{(x - 2)^3} = 0 \text{ für alle } x \neq 2$$

Definitionsbereich: **$- \infty < x < \infty, x \neq 2$**

Wertebereich: **$- \infty < f_{(x)} < 2{,}1$** und **$11{,}9 < f_{(x)} < \infty$** (siehe Extrempunkte)

Asymptoten:

$$\mathbf{y =} x^2 + 3x - 4 : x - 2 = \mathbf{x + 5} + \frac{6}{x - 2}$$

$$\begin{array}{l} -(x^2 - 2x) \\ \hline \quad 5x - 4 \\ \quad -(5x - 10) \\ \hline \qquad\quad 6 \end{array}$$

$x - 2 = 0 \; |+2$

$x = 2$

Symmetrie: -

Nullstellen:

$x^2 + 3x - 4 = 0$

p, q - Formel

$p = 3, q = - 4$

$$x_{1,2} = \frac{-3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (-4)}$$

$$x_{1,2} = - 1{,}5 \pm \sqrt{6{,}25}$$

$$x_{1,2} = - 1{,}5 \pm 2{,}5$$

$x_1 = 1$

$x_2 = - 4$ **$N_1(1|0), N_2(-4|0)$**

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$f_{(0)} = \frac{0^2 + 3 * 0 - 4}{0 - 2} = 2$$

$S_y(0|2)$

Extrempunkte:

$x^2 - 4x - 2 = 0$

p, q - Formel

p = - 4, q = - 2

$x_{1,2} = \frac{-(-4)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - (-2)}$

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{6}$

$x_{1,2} = 2 \pm 2{,}45$

$x_1 = 4{,}45;\ f_{(4,45)} = \frac{4{,}45^2 + 3 * 4{,}45 - 4}{4{,}45 - 2} = 11{,}9$

$x_2 = -0{,}45;\ f_{(-0,45)} = \frac{(-0{,}45)^2 + 3 * (-0{,}45) - 4}{-0{,}45 - 2} = 2{,}1$

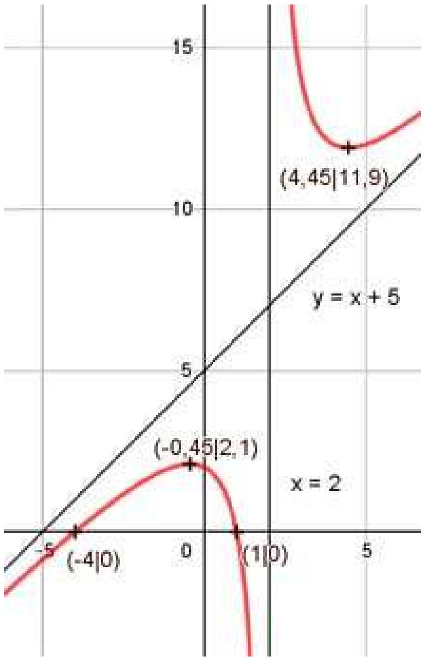
$f''_{(4,45)} = \frac{12}{(4{,}45 - 2)^3} > 0$ --> **Tiefpunkt (4,45|11,9)**

$f''_{(-0,45)} = \frac{12}{(-0{,}45 - 2)^3} < 0$ --> **Hochpunkt (- 0,45|2,1)**

Wendepunkte:

12 = 0 Widerspruch --> **keine Wendepunkte**

Graph:


15
10
5
0
-5
5
(4,45|11,9)
y = x + 5
(-0,45|2,1)
x = 2
(-4|0)
(1|0)